

**DIFFERENSIAL GEOMETRIYADA EGRI CHIZIQLAR NAZARIYASINI
O'QITISH SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA AXBOROT-KOMMUNIKATSIYA
TEKNOLOGIYALARINING DIDAKTIK IMKONIYATLARI**

Qaypnazarova Guljahan Xojanazarovna – fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent
guljahon_77@mail.ru

Kaipnazarova Damegul Ungarbaevna – magistrant
damiykaipnazarova@gmail.com

Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika instituti

**ДИДАКТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ В ПОВЫШЕНИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕОРИИ КРИВЫХ
В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Кайпназарова Гулжахан Хожаназаровна – кандидат физико-математических наук, доцент

Кайпназарова Дамегуль Унгарбаевна – магистрант

Нукусский государственный педагогический институт имени Ажинияза

**DIDACTIC CAPABILITIES OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES
IN ENHANCING THE EFFECTIVENESS OF TEACHING THE THEORY
OF CURVES IN DIFFERENTIAL GEOMETRY**

Kaipnazarova Guljahan Xojanazarovna – Candidate of Physical and Mathematical sciences, associate professor

Kaipnazarova Damegul Ungarbaevna – master's student

Nukus State Pedagogical Institute named after Ajiniyaz

Tayanch so'zlar: differensial geometriya, egri chiziq, topologik ta'rif, parametrik tenglama, GeoGebra, AKT, metodik yondashuv, grafik tafakkur, pedagogik tajriba.

Rezyume. Maqolada differensial geometriya fanining "Egri chiziqlar" mavzusini o'qitishda topologik yondashuv hamda zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalari (AKT), xususan GeoGebra dasturidan foydalanishning ilmiy-metodik asoslari tahlil qilingan.

Ключевые слова: дифференциальная геометрия, кривая, топологическое определение, параметрическое уравнение, GeoGebra, ИКТ, методический подход, графическое мышление, педагогический эксперимент.

Резюме. В статье анализируются научно-методические основы использования топологического подхода и современных информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), в частности программного обеспечения GeoGebra, при обучении теме «Кривые» в курсе дифференциальной геометрии.

Key words: differential geometry, curve, topological definition, parametric equation, GeoGebra, ICT, methodological approach, graphical thinking, pedagogical experiment.

Summary. The article analyzes the scientific and methodological foundations of applying a topological approach and modern information and communication technologies (ICT), particularly the GeoGebra software, in teaching the 'Curves' topic in differential geometry.

Kirish. Bugungi kunda oliy ta'lim tizimida matematika fanlarini, xususan, abstrakt nazariy tushunchalarni o'qitish metodikasini takomillashtirish dolzarb pedagogik vazifalardan biri hisoblanadi. Differensial geometriya yuqori darajadagi mantiqiy va fazoviy tafakkurni talab etuvchi fan sifatida talabalarda ilmiy tafakkur va geometric modellashtirish ko'nikmalarini shakllantirishda muhim o'ringa ega.

Differensial geometriyani o'qitishning an'anaviy yondashuvida asosiy e'tibor ma'ruzalar, matnlar va formulalar bilan ishlashga qaratiladi. Bu usullar bazaviy matematik tayyorgarlikni ta'minlasa-da, har doim ham materialni chuqur tushunish va o'zlashtirishga xizmat qilmaydi. Mazkur tadqiqotning asosiy e'tibori axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining didaktik imkoniyatlarini tizimli ochib berishga qaratilgan bo'lib, ular vositasida differensial geometriya kursidagi abstrakt tushunchalarni vizual modellashtirish, talabalarning grafik tafakkurini rivojlantirish va fanni o'qitish samaradorligini sifat jihatidan yangi bosqichga ko'tarish nazarda tutiladi.

Metodlar. Tadqiqot jarayonida ilmiy-metodik adabiyotlar tahlili, pedagogik kuzatuv, tajriba-sinov va grafik modellashtirish metodlaridan foydalanildi. O'quv jarayoni 80 daqiqalik model asosida 4 bosqichda tashkil etildi:

1. Topologik kirish: Chiziqni intervalning uzluksiz obrazi ($\gamma: I \rightarrow R^n$) sifatida kiritish. Dastlab talabaga chiziqni misol tariqasida harakat izlari, iplarning shakli, spirallar, yo'llar, grafiklar ko'rinishida tasavvur ettirish orqali intuitiv anglashga yordam beriladi. Keyinchalik bu tasavvurlar rasmiy matematik formulalar bilan mustahkamlanadi.

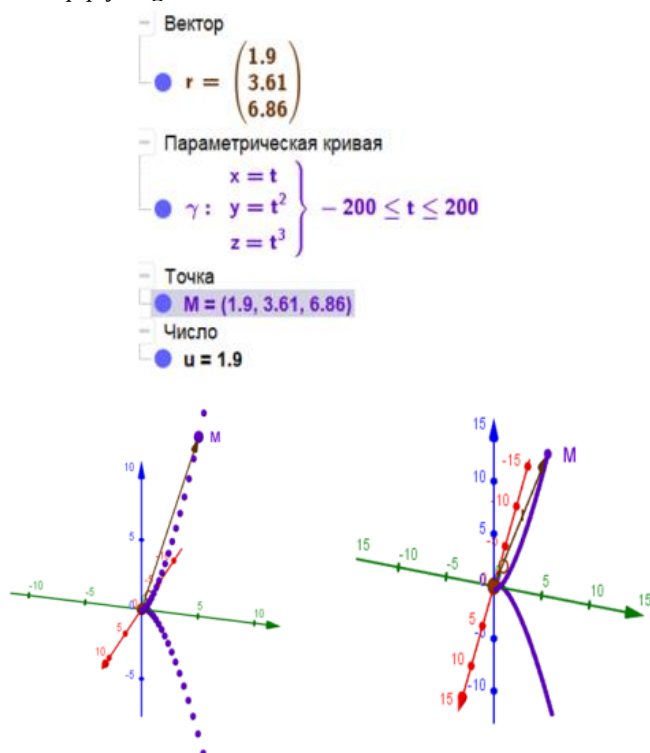
Mavzuni o'qitishda quyidagi klassifikatsiyalarni bosqichma-bosqich kiritish maqsadga muvofiqdir:

- **elementar chiziqlar** – sodda analitik ifoda bilan beriladigan chiziqlar;
- **sodda chiziqlar** – o'zini kesib o'tmaydigan chiziqlar;
- **umumiy chiziqlar** – o'zini kesib o'tishi yoki murakkab topologik xossaga ega bo'lishi mumkin bo'lgan chiziqlar;
- **silliqlik chiziqlar** – parametrik funksiyalari yetarli darajada differensiallanuvchi chiziqlar.

Mazkur tushunchalarni talabalarga faqat ta'rif orqali emas, balki grafik misollar bilan tushuntirish o'zlashtirish samaradorligini oshiradi

2. Geometrik talqin: Nuqtaning fazodagi harakat trayektoriyasini vizual anglash. Differensial geometriyada **chiziq** (yoki **egri chiziq**) – bu fazoda yoki tekislikda harakatlanayotgan nuqtaning izidir. U ko'plab real

jarayonlar va shakllarni matematik modelashtirishda asosiy vosita sifatida xizmat qiladi. Fazoda $x = t, x = t^2, z = t^3$ tenglama bilan chiziq berilgan, Geogebra dasturida chiziqning ko'rinishini nuqtalar bilan, so'ng ularni tutashtirish amaliyatini bajaramiz [1]. Berilgan chiziq quyidagi ko'rinishni oladi.



1-rasm. $x = t, x = t^2, z = t^3$ tenglama bilan berilgan chiziq.

3. Analitik va parametrik ifodalash: Aniq, noaniq va parametrik tenglamalar tizimini tahlil qilish. Chiziqlarni berishning asosiy usullari o'rganildi:

Aniq tenglama: $y = f(x)$

Bu usul eng sodda ko'rinish bo'lib, talaba chiziqni funksiyaning grafigi sifatida qabul qiladi. Misol: $y = x^2$

Noaniq tenglama: $F(x, y) = 0$

bu usulda egri chiziq to'g'ridan-to'g'ri $y = f(x)$ ko'rinishda emas, balki ikki o'zgaruvchili tenglama orqali beriladi. Misol: $x^2 + y^2 - 1 = 0$

Parametrik tenglama: tekislikda $x = x(t), y = y(t)$, fazoda $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$. Misol: $x = \cos t, y = \sin t$

Mazkur usul differensial geometriyada eng muhim usullardan biri bo'lib, chiziqni nuqtaning harakat trayektoriyasi sifatida talqin qilish imkonini beradi.

4. IT asosida vizualizatsiya: GeoGebra muhitida parametrik tenglamalarni dinamik o'zgartirish va tahlil qilish.

GeoGebra dasturida egri chiziqlar qurildi, parametrlarning o'zgarishi bilan grafik shaklning o'zgarishi kuzatildi, noaniq tenglamalar vizual tahlil qilindi.

1-misol. Aniq ko'rinishdagi tenglama bilan egri chiziq berilgan:

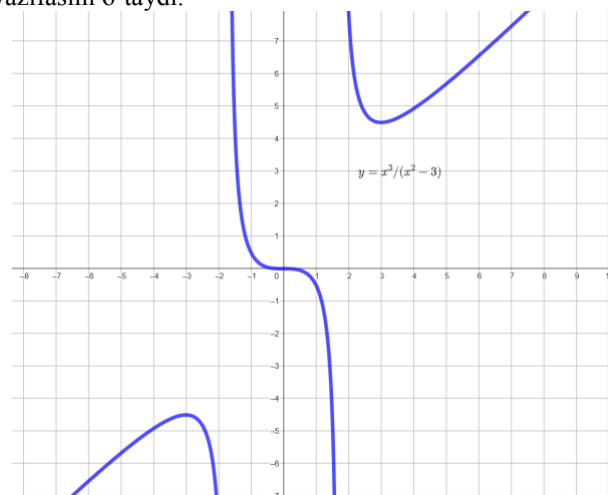
$$y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

GeoGebra'ga kiritish: $y = x^3 / (x^2 - 3)$

Mazkur misolda talabalar:

- funksiyaning aniqlanish sohasini topdi;
- uzilish nuqtalarini aniqladi;
- vertikal asimptotalarni kuzatdi;
- grafikning turli sohalaridagi vaziyatini tahlil qildi.

Topologik nuqtai nazardan, mazkur elementar chiziq uchta bog'lanishli bo'lmagan komponentdan tashkil topgan. Har bir komponent o'z navbatida ochiq intervalga gomeomorfdir. GeoGebra'dagi dinamik tahlil ushbu komponentlarning uzluksiz deformatsiyaga uchrashi va ularning topologik tabiatini tushunishda vizual ko'makchi vazifasini o'taydi.



2-rasm. $y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$ tenglama bilan berilgan egri chiziq

grafigi.

Mazkur grafikni GeoGebra yordamida qurish talabalarga egri chiziqlarning uzilish nuqtalari, asimptotik xossalari va lokal vaziyatini vizual ravishda kuzatish imkonini beradi.

2-misol. Parametrik tenglama bilan egri chiziq berilgan

$$x = \frac{3at}{1+t^3}, y = \frac{3at^2}{1+t^3}$$

GeoGebra'ga kiritish. Avval: $a = 1$

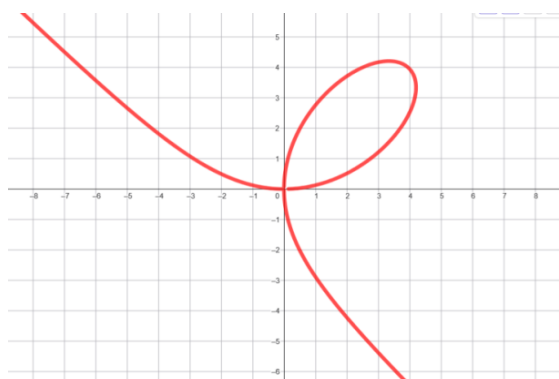
So'ng: Curve($3*a*t/(1+t^3), 3*a*t^2/(1+t^3)$), $t, -10, 10$) malumoti kiritiladi.

Mazkur misolda talabalar:

- parametrik chiziqni qurdi;
- t parametrining geometrik ma'nosini tushundi;
- a parametrining grafik shaklga ta'sirini kuzatdi;
- nuqtaning trayektoriya bo'ylab harakatini modelashtirdi.

Bu tenglama Dekart yaprog'i deb nomlanuvchi algebraik egri chiziqni ifodalaydi. Ushbu chiziq differensial geometriya kursida o'zini o'zi kesish nuqtasi (singular nuqta) mavjud bo'lgan chiziqlarni tahlil qilish uchun klassik misol bo'lib xizmat qiladi.

Topologik nuqtai nazardan, bu chiziq yagona bog'langan komponentdan tashkil topgan bo'lib, u singulyar (o'zini o'zi kesuvchi) nuqtaga ega bo'lgan murakkab algebraik egri chiziqdir. Uning yopiq qismi (ilmoq) topologik jihatdan aylanaga gomeomorf bo'lsa, cheksiz tarmoqlari ochiq intervallar bilan ekvivalentdir. GeoGebra muhitidagi dinamik modelashtirish talabalarga chiziqning singulyar nuqta atrofidagi vaziyatini va uning topologik yaxlitligini vizual anglashda ko'maklashadi.



3-rasm. $x = \frac{3at}{1+t^3}$, $y = \frac{3at^2}{1+t^3}$ tenglama bilan berilgan egri

chiziqlar grafiği.

Parametrik chiziqlarnı GeoGebra muhitida qurish talabalarda parametrik tafakkurnı shakllantıradi. Talaba chiziqlarnı endi faqat tenglama emas, balki nuqtaning trayektoriyası sifatida qabul qıladi.

3-misol. Anıq emas ko`rinishda tenglama bilan egri chiziqlar berilgan: $xy^2 - y^2 - 4x = 0$.

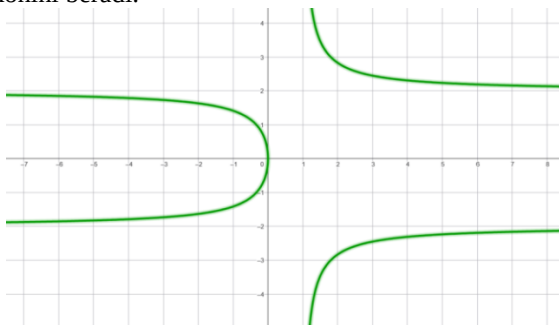
GeoGebra'ga kiritish: $x^3 + x*y^2 - x^2 - y^2 = 0$
Mazkur misolda talabalar:

- noaniq tenglama bilan berilgan chiziqlarnı tahlil qıldı;
- asosiy nuqtalarnı aniqladı;
- grafik shakl va simmetriya xossalarını kuzatdı;
- algebrak ifoda bilan geometrik shakl orasidagi

bog'lanishni tushundi.

Noaniq tenglamalar bilan berilgan chiziqlarnı GeoGebra yordamida tasvirlash talabalarda analitik ifoda bilan geometrik obraz o'rtasidagi bog'lanishni mustahkamlaydı. Bu usul ayniqsa differensial geometriyaning boshlang'ich bosqichida samarali hisoblanadı.

Topologik jihatdan bu chiziqlar ham uzilishga ega va bir nechta komponentdan iborat. Ular $x=1$ vertikal asimptotasi orqali ajraladı. Har bir komponent o'z navbatida ochiq intervalga gomeomorfdır. GeoGebra muhitidagi dinamik modellashtrish talabalarga chiziqlarning $x=1$ asimptotasi yaqinidagi giperbolik vaziyatini va uning Ox o'qiga nisbatan simmetrik tuzilishini vizual anglash imkonini beradı.



4-rasm. $xy^2 - y^2 - 4x = 0$ tenglama bilan berilgan egri chiziqlar grafiği.

Tadqiqot jarayonida ilmiy-metodik adabiyotlar tahlili, pedagogik kuzatuv va ikki guruhda tashkil etilgan eksperiment metodlaridan foydalanıldı. Tajriba uchun ikki guruh tanlab olındı:

1. Nazorat guruhi: Darslar an'anaviy metodika (ma'ruza va yozma mashg'ulotlar) asosida o'tıldı.

2. Eksperimental guruh: Dars jarayoniga topologik yondashuv hamda GeoGebra asosidagi interaktiv laboratoriya mashg'ulotlari joriy etıldı.

O'quv jarayoni 80 daqiqalik model asosida, topologik kirishdan vizual modellashtrishgacha bo'lgan bosqichlarda amalga oshirıldı.

Natijalar. Pedagogik tajriba-sinov ishlari natijalari quyidagi qiyosiy tahlilni ko'rsatdı:

1-jadval. Pedagogik tajriba-sinov natijalarining qiyosiy tahlili

Guruhlar	Dastlabki natija	Yakuniy natija	O'sish ko'rsatkichi
Nazorat guruhi (An'anaviy)	56%	68%	+12%
Eksperimental guruh (GeoGebra/IT)	57%	86%	+29%

Statistik ma'lumotlar shuni tasdiqlaydı: dastlabki bilimlari deyarli teng bo'lgan ikki guruhda eksperiment yakuniga ko'ra, AKT va interaktiv yondashuv qo'llanilgan guruh (29% o'sish) an'anaviy usuldagi guruhga (12% o'sish) nisbatan sezilarli darajada yuqori ko'rsatkich qayd etdı.

Muhokama. An'anaviy darslarda talabalar formulalarnı mexanik yodlashga moyil bo'lsalar, AKT vositalari (GeoGebra) yordamida egri chiziqlar "jonli obyekt"ga aylanadı. Bu yondashuv abstrakt tushunchalarnı ko'rgazmali tarzda idrok etishga yordam beradı. Tadqiqot jarayonida differensial geometriya fanida maxsus laboratoriya mashg'ulotlarini joriy etish nafaqat qulay, balki zamonaviy ta'lim uchun zaruriy ehtiyoj ekanligi isbotlandı. Topologik yondashuvni vizual modellashtrish bilan uyg'unlashtirish talabalarda parametrik tafakkur va mustaqil izlanish ko'nikmalarini sezilarli darajada kuchaytiradı.

Xulosa. "Egri chiziqlar" mavzusini o'qitishda topologik ta'rifdan boshlab, uni IT vositalari bilan vizualizatsiya qilish ta'lim sifatini tubdan oshiradı. Olingan natijalar asosida quyidagi amaliy tavsiyalar ishlab chiqıldı:

1. "Egri chiziqlar" mavzusini topologik yondashuv asosida kiritish orqali mavzuning mohiyatini chuqurlashtirish.

2. Differensial geometriya o'quv dasturiga raqamli laboratoriya bloklarini kiritish va amaliy mashg'ulotlarda GeoGebra muhitidan faol foydalanish.

3. Har bir nazariy qoidani dinamik grafik model-lashtirish bilan uyg'unlashtirish orqali talabalarda grafik tafakkurnı rivojlantirish.

Adabiyotlar

1. Narmanov A.Ya., Sharipov A.S., Aslonov J.O. Differensial geometriya va topologiya kursidan masalalar to'plami. – Toshkent: Universitet, 2014.
2. Qaypnazarova G.X. Ways of Using the GeoGebra Program for Constructing the Polyhedrons Section // Academic Research in Educational Sciences. 2023. Vol. 4. № 5. – P. 112-118.
3. Hohenwarter M., Jones K. GeoGebra and Dynamic Mathematics Environments in Education // Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education. 2016. – P. 345–350.