

Adabiyotlar

1. Bednorz J.G., Muller K.A., Phys Z. 64-b. 1986.189
2. Schrieffer J.R., Brooks J.S., (eds.). Handbook of high-temperature superconductivity. Springer. 2007.
3. A.Schilling et al., Nature 363 1993. 56
4. Naito M. et al., Physica C: 546, 84 (2018)
5. Alexandrov A.S., Kornilovitch P., J.Phys.: Condensed Matter 14(2002)5337
6. Yavidov B.Ya. Physica C 471(2011)71
7. Migliori A. et al., Phys. Rev. Lett. 64(1990)2458
8. Migliori A. et al., Physica B 183(1993)1
9. Singh B. et al., Physica C 419(2005)1
10. Jayachandran K.P., Menon C.S. Physica C 454(2007)27
11. Gugenberger F. et al., Phys. Rev. B 49, 13137-13142 (1994)
12. Nohara M. et al., Phys. Rev. B 52,570-580 (1995)

РЕЗЮМЕ. Мақоллада $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ купрати о'тао'тказувчанлиги Holstein-Hubbard modeli va bipolaronlar о'тао'тказувчанлиги yondashuvi doirasida qaralgan. Kuprat о'тао'тказувчанлиги kritik harorati tugunlararo bipolaronlar ideal gazi Boze-Eynshtein kondensatsiyasi harorati deb qabul qilingan. Tugunlararo bipolaronlar ideal gazi Boze-Eynshtein kondensatsiyasi harorati kuprat kristal panjarasi tarangliklari orqali ifodalangan va uning bir o'qli bosim bo'yicha hosilaviy qiymatlari legirlash darajasining turli qiymatlarida hisoblangan. Tugunlararo bipolaronlar ideal gazi Boze-Eynshtein kondensatsiyasi haroratining bir o'qli bosim bo'yicha hosilaviy qiymatlari kuprat kristal panjarasi taranglik doimiylari qiymatlariga bog'liq ekanligi ta'kidlangan.

РЕЗЮМЕ. В статье рассмотрено сверхпроводимость купрата $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ в рамках модели Холстейна-Хаббарда и приближения биполяронной сверхпроводимости. За критическую температуру сверхпроводимости купрата принята температура Бозе-Эйнштейновской конденсации идеального газа двухузловых биполяронов. Температура Бозе-Эйнштейновской конденсации идеального газа двухузловых биполяронов выражена через напряжения кристаллической решетки купрата и значения ее производных по одноосным давлениям вычислены при различных уровнях легирования. Подчеркнуто зависимость значений производной от температуры Бозе-Эйнштейновской конденсации идеального газа двухузловых биполяронов по одноосным давлениям от значения упругих постоянных кристаллической решетки купрата.

SUMMARY. The article considers the superconductivity of cuprate $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ within the framework of the Holstein-Hubbard model and the approximation of bipolaronic superconductivity. The temperature of the Bose-Einstein condensation of an ideal gas of two-site bipolarons is taken as the critical temperature of cuprate superconductivity. The temperature of the Bose-Einstein condensation of an ideal gas of two-site bipolarons is expressed in terms of the strains of the cuprate crystal lattice, and the values of its derivatives with respect to uniaxial pressures are calculated at various levels of doping. The dependence of the values of the temperature derivative of the Bose-Einstein condensation of an ideal gas of two-site bipolarons with respect to uniaxial pressures on the value of the elastic constants of the cuprate crystal lattice is emphasized.

УДК 539.3

ЗАДАЧА О ДИФРАКЦИИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПЛОСКОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ ВОЛНЫ НА СФЕРИЧЕСКОМ ВКЛЮЧЕНИИ В УПРУГО-ПОРИСТОМ ПРОСТРАНСТВЕ

М.О.Мусурмонова – докторант

Каршинский государственный университет

Tayanch so'zlar: ko'ndalang to'lqin difraksiyasi, sferik to'siq, Gegenbauer ko'phadlari, Laplas almashtirishi, qoldiqlar, g'ovak-elastik muhit.

Ключевые слова: дифракция поперечной волны, сферическое включение, полиномы Гегенбауэра, преобразование Лапласа, вычеты, пористо-упругая среда.

Key words: transverse wave diffraction, spherical inclusion, Gegenbauer polynomials, Laplace transform, residues, porous-elastic medium.

Введение. Математическое моделирование и исследование нестационарных волновых процессов в сплошных средах представляет собой сложное и, вместе с тем, актуальное направление волновой динамики сплошных сред. Актуальность проблем динамики сплошной среды обусловлена развитием различных областей техники, созданием новых конструкций, работающих при динамических нагрузках, а также проблемы геофизики, нефтеразведки, добывающей промышленности, строительства гражданских и промышленных сооружений.

Данная работа посвящена математическому моделированию и изучению задачи о дифракции нестационарной поперечной плоской волны сдвига на сферическом включении в пористо-упругом пространстве, насыщенном жидкостью.

Цель работы – разработка алгоритм решения задачи и исследование нестационарных поперечных волновых процессов при дифракции нестационарной поперечной плоской волны сдвига на сферическом включении в насыщенном пористо-упругом пространстве.

Постановка задачи. Пусть в линейно пористо-упругом изотропном пространстве, насыщенном жидкостью, расположено сферическое включение (сферическая полость или неподвижный жесткий шар) радиуса R . Движение среды рассматривается в сферической системе координат (r, θ, ϑ) с началом в центре сферического включения.

В начальный момент времени $\tau = 0$ лобовой точке сферического включения касается фронт нестационарной плоской сдвиговой волны (S-волны) с заданным потенциалом Ψ_s , что образует вращательное движение среды вокруг оси OX , проходящей через центр сферы:

$$\Psi_s(r, \theta, \tau) = f[\tau + \gamma(r \cos \theta - R)]H[\tau + \gamma(r \cos \theta - R)] \quad (1)$$

где $f(\tau)$ - произвольная функция изменения потенциала по времени; $H(\tau)$ - единичная функция Хевисайда.

На поверхности сферического включения рассматриваются два типа граничных условий:

- задача А. Перемещения равны нулю

$$(u_{\vartheta s} + u_{rs})|_{r=R} = 0; \quad (2)$$

- задача Б. Отсутствует напряжение

$$(\sigma_{r\vartheta} + \sigma_{r9s})|_{r=R} = 0, \quad (3)$$

где $u_{\vartheta s}$ и σ_{r9s} - компоненты перемещения и напряжения, определяемые потенциалом Ψ_s ; индексом «S» отмечены компоненты напряженно-деформированного состояния в набегающей волне.

С учётом осевой симметрии задачи движение среды относительно упругого потенциала Ψ описываются волновым уравнением

$$\gamma^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} = \Delta \Psi - \frac{\Psi}{r^2 \sin^2 \theta},$$

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (4)$$

и начальные условия – однородные

$$\Psi|_{\tau=0} = \dot{\Psi}|_{\tau=0} = 0. \quad (5)$$

На бесконечности отсутствует возмущение

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi = 0. \quad (6)$$

Метод решения. Начально-краевая задача (2) - (6) решается с применением интегрального преобразования Лапласа по времени τ и методом неполного разделения переменных. В пространстве изображений потенциал Ψ^L , компоненты u_{θ}^L , $U_{\theta n}^L$ вектора смещения и $\sigma_{r\theta}^L$ тензора напряжения представим в виде бесконечных рядов по полиномам Гегенбауэра $C_{n-1}^{3/2}(\cos \theta)$ [1], а представление бесконечного ряда для компоненты $\sigma_{\theta\theta}^L$ тензора напряжения имеет следующий вид (L обозначает трансформанту преобразования Лапласа, S - параметр преобразования):

$$\sigma_{\theta\theta}^L = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{\theta\theta n}^{(1)L}(r, s) P_n(\cos \theta) + \quad (7)$$

$$+ \cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{\theta\theta n}^{(2)L}(r, s) C_{n-1}^{3/2}(\cos \theta)$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^{(1)} = -\frac{n(n+1)(\eta-\chi)}{2r} u_{\theta n}^L,$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^{(2)} = \frac{\eta-\chi}{r} u_{\theta n}^L,$$

где $P_n(\cos \theta)$ - полиномы Лежандра [2].

Тогда постановка начально-краевой задачи (2) - (6) относительно коэффициентов рядов имеет следующий вид:

$$\gamma^2 s^2 \Psi_n^L = \Delta_n \Psi_n^L, \quad \Delta_n = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{n(n+1)}{r^2} \quad (8)$$

$$(u_{\theta n}^L + u_{\theta sn}^L)|_{r=R} = 0 \quad \text{или} \quad (\sigma_{r\theta n}^L + \sigma_{r\theta sn}^L)|_{r=R} = 0 \quad (9)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_n^L = 0. \quad (10)$$

С учётом условия отсутствия возмущения на бесконечности (10), решение уравнения (8) представим в следующем виде [1]:

$$\Psi_n^L(r, s) = \frac{1}{r^{n+1}(\gamma s)^n} R_{n0}(r\gamma s) A_n^L(s) e^{-r\gamma s}, \quad (11)$$

где $A_n^L(s)$ - произвольные неизвестные функции параметра S .

Тогда найдём следующие выражения коэффициентов компонент перемещения и тензора напряжения для окружающей среды:

$$u_{\theta n}^L(r, s) = -\frac{1}{r^{n+2}(\gamma s)^n} R_{n3}(r\gamma s) A_n^L(s) e^{-r\gamma s}, \quad (12)$$

$$U_{\theta n}^L(r, s) = -\frac{\beta}{r^{n+2}(\gamma s)^n} R_{n3}(r\gamma s) A_n^L(s) e^{-r\gamma s},$$

$$R_{n3}(s) = R_{n1}(s) - R_{n0}(s),$$

$$\sigma_{r\theta n}^L(r, s) = \frac{\eta-\chi}{2r^{n+3}(\gamma s)^n} R_{n4}(r\gamma s) A_n^L(s) e^{-r\gamma s}, \quad (13)$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^{(1)} = \frac{n(n+1)(\eta-\chi)}{2r^{n+3}(\gamma s)^n} R_{n3}(r\gamma s) A_n^L(s) e^{-r\gamma s},$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^{(2)} = -\frac{\eta-\chi}{r^{n+3}(\gamma s)^n} R_{n3}(r\gamma s) A_n^L(s) e^{-r\gamma s},$$

$$R_{n4}(s) = R_{n2}(s) - R_{n0}(s),$$

где $R_{ni}(s)$ - полиномы параметра S [5:8], $i = \overline{0, 2}$.

Далее, производя в (1) преобразование Лапласа по времени и используя теоремы сложения для функций Бесселя [1, 4], найдём выражение для изображений коэффициентов разложения потенциала Ψ_s в ряд по полиномам Гегенбауэра $C_{n-1}^{3/2}(\cos \theta)$ [1, 2]:

$$\Psi_{sn}^L(r, s) = \frac{F_n(s)}{r^{n+3}} T_{n+1,0}(r\gamma s), \quad (14)$$

$$F_n(s) = \frac{(-1)^{n+1}(2n+3)}{2(\gamma s)^{n+3} e^{\gamma s}} f^L(s),$$

$$T_{n+1,0}(s) = [R_{n+1,0}(-s)e^s - R_{n+1,0}(s)e^{-s}].$$

При получении (14) использована связь функций Бесселя полуцелого индекса с элементарными функциями [4].

Тогда используя связи потенциала с компонентами перемещения и напряжения, получим выражения для коэффициентов $u_{\theta ns}^L(r, s)$, $\sigma_{r\theta sn}^L(r, s)$:

$$u_{\theta ns}^L(r, s) = -\frac{F_n(s)}{r^{n+4}} T_{n+1,1}(r\gamma s),$$

$$U_{\theta ns}^L(r, s) = -\frac{\beta F_n(s)}{r^{n+4}} T_{n+1,1}(r\gamma s) \quad (15)$$

$$\sigma_{r\theta sn}^L(r, s) = \frac{\eta-\chi}{2} \frac{F_n(s)}{r^{n+5}} [T_{n+1,2}(r\gamma s) + 2T_{n+1,1}(r\gamma s)], \quad (16)$$

$$T_{n+1,1}(s) = [R_{n+1,1}(-s)e^s - R_{n+1,1}(s)e^{-s}],$$

$$T_{n+1,2}(s) = [R_{n+1,2}(-s)e^s - R_{n+1,2}(s)e^{-s}].$$

Удовлетворяя граничным условиям (9), найдём неизвестные функции $A_n^L(s)$ и в результате получим формулы для компонент перемещения и напряжения в пространстве изображений Лапласа:

- для задачи А

$$u_{\theta n}^L(r, s) = -\frac{E_{1n}(s)}{r^{n+2}} R_{n3}(r\gamma s) e^{-r\gamma s},$$

$$U_{\theta n}^L(r, s) = -\frac{\beta E_{1n}(s)}{r^{n+2}} R_{n3}(r\gamma s) e^{-r\gamma s},$$

$$\sigma_{r\theta n}^L(r, s) = \frac{(\eta-\chi)E_{1n}(s)}{r^{n+3}} R_{n4}(r\gamma s) e^{-r\gamma s},$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^{(1)} = \frac{n(n+1)(\eta-\chi)E_{1n}(s)}{2r^{n+3}} R_{n3}(r\gamma s)e^{-r\gamma s},$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^{(2)} = -\frac{(\eta-\chi)E_{1n}(s)}{r^{n+3}} R_{n3}(r\gamma s)e^{-r\gamma s},$$

$$E_{1n}(s) = -\frac{F_n(s)T_{n+1,1}(R\gamma s)}{R^2 R_{n3}(R\gamma s)};$$

- для задачи Б

$$u_{9n}^L(r, s) = -\frac{E_{2n}(s)}{r^{n+2}} R_{n3}(r\gamma s)e^{-r\gamma s},$$

$$U_{9n}^L(r, s) = -\frac{\beta E_{2n}(s)}{r^{n+2}} R_{n3}(r\gamma s)e^{-r\gamma s},$$

$$\sigma_{r\theta n}^L(r, s) = \frac{(\eta_1 - \chi)E_{2n}(s)}{r^{n+3}} R_{n4}(r\gamma s)e^{-r\gamma s},$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^{(1)} = \frac{n(n+1)(\eta-\chi)E_{2n}(s)}{2r^{n+3}} R_{n3}(r\gamma s)e^{-r\gamma s},$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^{(2)} = -\frac{(\eta-\chi)E_{2n}(s)}{r^{n+3}} R_{n3}(r\gamma s)e^{-r\gamma s}$$

$$E_{2n}(s) = -\frac{F_n(s)}{R^2 R_{n4}(R\gamma s)} [T_{n+1,2}(R\gamma s) + 2T_{n+1,1}(R\gamma s)] \cdot C$$

помощью теории вычетов [3] определяются оригиналы последних формул, которые с рядами полиномов Гегенбауэра позволяют получить основные решения задач.

Численные эксперименты. Для примера рассматривается дифракция нестационарных поперечных волн сдвига на неподвижном жестком шаре (задача А) в пространстве песчаника, насыщенного керосином с параметрами $A = 0.4026 \cdot 10^9$ Па, $N = 0.2493 \cdot 10^9$ Па, $R = 0.0672 \cdot 10^9$ Па, $Q = 0.0295 \cdot 10^9$ Па, $\beta_0 = 0.26$, $\rho_T = 2600$ кг/м³, $\rho_{жс} = 820$ кг/м³, $\rho_{12} = -1.9$ кг/м³, которому соответствуют следующие безразмерные параметры: $\beta = 0.0088331$, $\gamma = 1$, $\eta = 0.8772$, $\chi = 0.392$. Результаты численных экспериментов представлены в виде графиков изменения компонент $\sigma_{\theta\theta}$ тензора напряжения и u_9 перемещения по безразмерному времени τ . В качестве закона изменения заданной нагрузки по времени выбиралась функция Хевисайда $q_1(\tau, \theta) = q_0 H(\tau)$, $q_0 = 1$. Числовые результаты получены с учётом семи членов рядов по полиномам Гегенбауэра.

Литература

1. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Нестационарная аэрогидроупругость тел сферической формы. -М.: "Наука". Гл. ред. физ.-мат. лит, 1990. -С. 264.
2. Кузнецов Д.С. Специальные функции. - М.: «Высшая школа», 1985. -С. 423.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного. - М.: «Наука», 1987. -С. 688.
4. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами. // Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. - М.: «Наука», 1979. -С. 832.
5. Jo'rayev G' U., Musurmonova M.O. Suyuqlik bilan to'yingan g'ovak-elastik muhitning sferik qatlamida nostassionar ko'ndalang to'liqlar jarayoni // QarDU xabarlar. 2021. №4. 8-13-b.

РЕЗЮМЕ. Маколада ностационар кўндаланг кўчиш тўлқинларнинг суюклик билан тўйинган ғовак-эластик фазодаги сферик тўсиқдаги дифракцияси масаласи қаралган. Сонли тажрибалар ўтказилган, уларнинг натижалари графиклар шаклида тақдим этилган.

РЕЗЮМЕ. В работе рассматривается задача о дифракции нестационарных поперечных волн сдвига на сферическом включении в пористо-упругом пространстве, насыщенном жидкостью. Проведены численные эксперименты, результаты которых представлены в виде графиков

SUMMARY. The paper considers the problem of diffraction of non-stationary transverse shear waves on a spherical inclusion in a porous-elastic space saturated with liquid. Numerical experiments were carried out, the results of which are presented in the form of graphs.

Графики, приведенные на рис. 1, демонстрируют изменение компоненты $\sigma_{\theta\theta}$ напряжения в точках среды: $r=1$, $\theta=3\pi/4$ (кривая 1), $r=1.5$, $\theta=3\pi/4$ (кривая 2) и $r=2.0$, $\theta=3\pi/4$ (кривая 3).

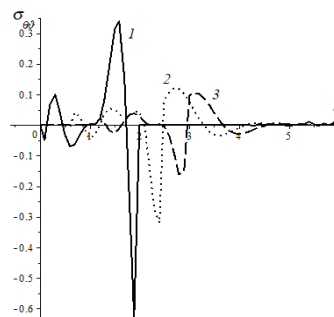


Рис. 1.

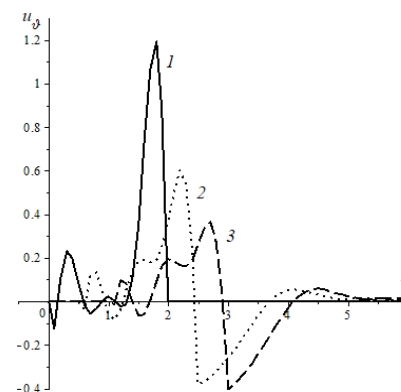


Рис. 2.

На рис. 2 приведены графики изменения касательного u_9 перемещения по времени в точках: $r=1$, $\theta=3\pi/4$ (кривая 1), $r=1.5$, $\theta=3\pi/4$ (кривая 2) и $r=2.0$, $\theta=3\pi/4$ (кривая 3).

Заключение: Разработан алгоритм решения задачи о дифракции нестационарных поперечных волн сдвига на сферическом включении в пористо-упругом пространстве, насыщенном жидкостью. Получены формулы для компонент напряженно-деформируемого состояния среды. Графики изменения компонент $\sigma_{\theta\theta}$ тензора напряжения и u_9 перемещения по безразмерному времени τ показывают, что с приходом волны появляется скачок. С увеличением расстояния $r=1.0, 1.5, 2.0$ уменьшаются скачки.