

KÓP ÓLSHEMLI TEGISLIKLER

Tanirbergenov Sadıq Aleuovich – fizika-matematika ilimleriniń kandidati, docent

www.sadiktanirbergenov@gmail.com

Ájiniyaz atındaǵı Nókis mámleketlik pedagogikalıq instituti

МНОГОМЕРНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Танирбергенов Садық Алеуович – кандидат физико-математических наук, доцент

Нукусский государственный педагогический институт имени Ажинияза

MULTIDIMENSIONAL PLANES

Tanirbergenov Sadik Aleuovich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

Nukus State Pedagogical Institute named after Ajiniyaz

Tayanch so‘zlar: ko‘p o‘lchovli tekisliklar, affin fazo, k o‘lchovli tekislik, n o‘lchovli fazo, tekisliklarning o‘zaro joylashuvi, tenglamalar rangi.

Rezyume. Maqolada $n(\geq 4)$ o‘lchovli affin fazodagi k o‘lchovli Π_k tekislik ko‘rib chiqilgan. Bunda Π_k tekisliklarning o‘zaro joylashish holatlari ularni aniqlovchi tenglamalar ranglari orqali aniqlanadi.

Ключевые слова: многомерные плоскости, аффинное пространство, k-мерная плоскость, n-мерное пространство, взаимное расположение плоскостей, ранг уравнений.

Резюме. В статье рассматривается k-мерная плоскость Π_k в n-мерном аффинном пространстве, где $n(\geq 4)$. При этом взаимное расположение плоскостей Π_k определяется через ранги уравнений, задающих эти плоскости.

Key words: multidimensional planes, affine space, k-dimensional plane, n-dimensional space, relative position of planes, rank of equations.

Summary. The article considers a k-dimensional plane Π_k in an n-dimensional affine space, where $n(\geq 4)$. The relative positions of the planes Π_k are determined by the ranks of the equations defining these planes.

Kirisiw. Mektep kursı matematikası hám joqarı oqıw orınlarında ótiletuǵın analitikalıq geometriya kursında bir, eki ólshemli tegislikler ótıledı. Bir ólshemlisi tuwrı sıziq, al eki ólshemlisi mektep kursınan tanıw tegislik boladı. Matematikada qanday da bir túsinikti, formulanı ulıwmalastırıw úlken áhmiyetke iye. Sebebi, ulıwmalasqan túsiniq arqalı dara jaǵdayn tekseriw ánsat bolıp qaladı.

Ádebiyatlar analizi. Matematikada koordinatalar sisteması payda bolǵannan keyin olar járdeminde geometriyalıq figuralardıń qásiyetlerin úyreniw jumisları tez pát penen rawajlana basladı. Sonıń ushın oqıwshılardıǵa bul usıldı úyretip, geometriyalıq máselelerdi túsindiriw áhmiyetli bolıp esaplanıladı [1]-[5].

Talqılaw. Úsh ólshemli keńisliktegi tegisliklerdiń qásiyetleri olardıń teńlemeleri arqalı úyreniledi. Biraq, keńisliktiń ólshemi úshen úlken bolǵan jaǵdayda ol jerdegi tegisliklerdiń óz ara jaylasıw jaǵdayı qanday boladı degen sorawǵa usı maqaladan juwap alıwǵa boladı.

Tiykargı bólim. I. Kóp ólshemli tegisliktiń beriliw usılları. Biz úyrenip atırǵan kóp ólshemli affinlıq keńislikte kóp ólshemli tegislik túsiniǵın keltirip ótemiz. Bunıń ushın n ólshemli A_n affinlıq keńislik berilgen bolsın hám onıń baǵıtlawshı vektorlıq keńisligin V_n dep belgileybiz. V_n vektorlıq keńisliktiń úles keńisligi W_k ($1 \leq k < n$) bolsın.

Anıqlama. A_n affinlıq keńisliktiń belgilep alınǵan N_0 noqatı ushın $\vec{N_0N} \in W_k$ bolatuǵın N ($N \in A_n$) noqatlar kópigi k ólshemli tegislik dep ataladı.

Biz, k ólshemli tegislikti Π_k arqalı belgilesek, onda anıqlama boyınsha $\Pi_k = \{N / N \in A_n, \vec{N_0N} \in W_k\}$. Bul jerdegi N_0 noqat Π_k tegislikke tiyisli. Sebebi, $N_0=N$ bolǵan jaǵdayda $\vec{N_0N_0} = \vec{0} \in W_k \Rightarrow N_0 \in \Pi_k$. Usı N_0 noqat Π_k tegisliktiń baslanǵısh noqatı, al W_k – baǵıtlawshı keńisligi (qisqasha baǵıtlawshısı) dep ataladı. Ayrım jaǵdaylarda usınday Π_k tegislik (N_0, W_k) arqalı da belgilenedi. Biz tómendegi teoremalardı dálillewsiz keltiremiz.

1-teorema. Π_k tegisliktiń N_0 noqattan basqada qálegen noqatı onıń baslanǵısh noqatı boladı.

Anıqlama. $k = 1$ bolǵan jaǵdayda A_n keńisliktegi bir ólshemli Π_1 tegislikti tuwrı sıziq, al $k=n-1$ ólshemli Π_{n-1} tegislikti gipertegislik dep ataymız.

2-teorema. A_n keńisliktegi hár qanday Π_k tegislik k ólshemli affinlıq keńislik boladı.

Anıqlama. Affinlıq keńisliktegi $k+1$ sandaǵı $A_0, A_1, \dots$, A_k noqatlar ushın $\vec{A_0A_1}, \vec{A_0A_2}, \dots, \vec{A_0A_k}$ vektorlar sisteması sıziqlı baylanıssız bolsa, onda usı noqatlar sisteması sıziqlı baylanıssız, al keri jaǵdayda sıziqlı baylanıslı dep ataladı.

3-teorema. A_n keńisliktegi sıziqlı baylanıssız $k+1$ sandaǵı noqatlardan tek bir k ólshemli tegislik ótedi.

Π_k tegisliktiń beriliw usılların kórip ótemiz. Bunıń ushın A_n affinlıq keńislikte $R = (O, \vec{e_1}, \vec{e_2}, \dots, \vec{e_n})$ koordinatalar sistemasın alayıq. Meyli, Π_k tegislik M_0 noqat arqalı ótip, onıń baǵıtlawshı keńisligi W_k bolsın. Bul jerde W_k keńisliktiń bazasın $\{\vec{u_1}, \vec{u_2}, \dots, \vec{u_k}\}$ dep alamız hám

$\forall M \in \Pi_k \Leftrightarrow \vec{M_0M} \in W_k$. Bazis vektorlardıń anıqlanıwı boyınsha,

$$\vec{M_0M} = \lambda_1 \vec{u_1} + \lambda_2 \vec{u_2} + \dots + \lambda_k \vec{u_k}.$$

Sonda, affinlıq keńisliktiń O, M_0, M noqatları ushın orınlı bolatuǵın $\vec{OM} = \vec{OM_0} + \vec{M_0M}$ teńlik mına túrde boladı:

$$\vec{OM} = \vec{OM_0} + \lambda_1 \vec{u_1} + \lambda_2 \vec{u_2} + \dots + \lambda_k \vec{u_k} \quad (1)$$

M_0, M noqatlardıń R affinlıq reperege qarata koordinataları sáykes $(x_0^1, x_0^2, \dots, x_0^n), (x^1, x^2, \dots, x^n)$ hám $\{\vec{u_1}, \vec{u_2}, \dots, \vec{u_k}\}$ vektorlar sistemasınıń $B = \{\vec{e_1}, \vec{e_2}, \dots, \vec{e_n}\}$ baziske qarata koordinataları $\vec{u_1}\{c_{11}, c_{21}, \dots, c_{n1}\}, \vec{u_2}\{c_{12}, c_{22}, \dots, c_{n2}\}$ h.t.b $\vec{u_k}\{c_{1k}, c_{2k}, \dots, c_{nk}\}$ bolsa, onda (1) teńlik mına túrge keledi.

(7)

(8)

(9)

Juwmag. Ush ólshemli keńisliktegi tegisliktiń teńlemesin kóp ólshemli ($n>3$) keńisliktegi tegislik ushin ulıwmalastırıwǵa boladı eken. Usınıń nátiyjesinde kóp ólshemli tegisliklerdi anıqlawshı teńlemelerdiń rangleri arqalı olardıń óz-ara jaylasıw jaǵdayları anıqlanadı eken.

5. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – Москва: «Наука», 1968.