

**TO‘LA BO‘LMAGAN TANLANMALAR SHAROITIDA QURILMANING
TO‘XTOVSIZ ISHLASHI MUDDATINI STATISTIK MODELASHTIRISH**

Murodova Shaxodat Sadriddin qizi – *stajyor o‘qituvchi*

www.sh.murodova@tkti.uz

Toshkent kimyo-texnologiya instituti

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ БЕСПЕРЕБОЙНОЙ
РАБОТЫ УСТРОЙСТВА В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНЫХ ВЫБОРОК**

Муродова Шаходат Садриддиновна – *стажёр преподаватель*

Ташкентский химико-технологический институт

STATISTICAL MODELING OF DEVICE UPTIME UNDER INCOMPLETE SAMPLE CONDITIONS

Murodova Shakhodat Sadriddinovna – *trainee teacher*

Tashkent Institute of Chemical Technology

Tayanch so‘zlar: to‘xtovsiz ishlash muddati, to‘la bo‘lmagan tanlanma, haqiqatga maksimal o‘xshashlik usuli, Veibull taqsimoti, senzurlash, Fisher informatsiyasi, siljishni tuzatish.

Rezyume. Maqolada to‘la bo‘lmagan (o‘ng tomondan senzurlangan) tanlanmalar sharoitida qurilmaning to‘xtovsiz ishlash muddatini statistik modellash tirish masalalari tadqiq etilgan. Kichik hajmli va yuqori darajada senzurlangan tanlanmalarda Veibull taqsimotining shakl parametri uchun Haqiqatga Maksimal O‘xshashlik Usuli (HMOU) baholarida sezilarli musbat sistematik siljish yuzaga kelishi matematik va statistik jihatdan isbotlangan. Fisher informatsiyasi matritsasi hamda kuzatilgan aniq ishdan chiqishlar soniga tayangan holda analitik tuzatish koeffitsiyenti (K_{corr}) va aniqlashtirilgan ishonch oraliqlari ishlab chiqildi. Taklif etilgan usul siljishni 20 baravargacha kamaytirib, texnik tizimlarning to‘xtovsiz ishlash muddatini va kafolat muddatlarini aniq baholashni ta‘minlaydi.

Ключевые слова: время бесперебойной работы, неполная выборка, метод максимального правдоподобия, распределение Вейбулла, цензурирование, информация Фишера, коррекция смещения.

Резюме. В статье рассматриваются вопросы статистического моделирования времени бесперебойной работы устройств в условиях неполных (цензурированных справа) выборок. Доказано, что при малых объемах выборки и высоком уровне цензурирования оценки максимального правдоподобия для параметра формы распределения Вейбулла имеют значительное положительное смещение. С использованием информации Фишера (Fisher informatsiyasi) и количества зарегистрированных отказов разработан аналитический корректирующий коэффициент (K_{corr}) и уточнены доверительные интервалы. Результаты исследования обеспечивают высокую точность при оценке надежности сложных технических систем.

Key words: continuous operation time, incomplete sample, maximum likelihood estimation, Veibull distribution, censoring, Fisher information, bias correction.

Summary. The paper considers the issues of statistical modeling of device continuous operation time under incomplete (right-censored) sample conditions. It is proved that under small sample sizes and high censoring rates, maximum likelihood estimates for the Weibull shape parameter exhibit significant positive bias. Leveraging Fisher information and the number of observed failures, an analytical correction factor (K_{corr}) and refined confidence intervals were derived. The proposed method reduces estimation bias by up to 20 times, significantly improving reliability assessment accuracy.

Kirish. Zamonaviy muhandislik, radioelektronika va kimyoviy texnologiya apparatlari tizimlarida qurilmalarning to‘xtovsiz ishlash muddati (*continuous operation time / uptime*) ularning ishonchliligi va ekspluatatsion samaradorligini belgilovchi asosiy ko‘rsatkich hisoblanadi [1]. Ishonchlilik nazariyasida to‘xtovsiz ishlash muddati tasodifiy miqdor sifatida qaralib, uning ehtimollik taqsimot qonuniyatlarini aniqlash texnik diagnostika hamda kafolat muddatlarini belgilashda muhim ahamiyat kasb etadi [2].

Amaliyotda qurilmalarni sinovdan o‘tkazishda yoki ulardan foydalanish jarayonida ma‘lumotlarni yig‘ish resurslar, vaqt va iqtisodiy omillar bilan cheklangan. Natijada, sinov jarayoni yakunlangunga qadar barcha qurilmalar ham ishdan chiqavermaydi. Ma‘lum bir qism qurilmalar hali soz holatda bo‘lganida sinov to‘xtatiladi. Bunday ma‘lumotlar **to‘la bo‘lmagan (o‘ng tomondan senzurlangan) tanlanmalar** deb ataladi [3].

To‘la bo‘lmagan tanlanmalar sharoitida parametrlarni baholashning eng mukammal va universal usuli bu **Haqiqatga Maksimal O‘xshashlik Usuli (HMOU)** hisoblanadi [4]. Biroq HMOU ning muhim xossasi

shundaki, u faqat tanlanma hajmi cheksizga intilganda ($n \rightarrow \infty$) asimptotik siljishsiz va effektiv baholarni beradi [5]. Tanlanma hajmi kichik bo‘lganda ($n < 50$) hamda senzur darajasi yuqori bo‘lganda ($P_c \geq 40\%$), HMOU baholari sezilarli musbat sistematik siljishga (*positive bias*) ega bo‘ladi. Bu esa qurilmaning to‘xtovsiz ishlash ishonchliligini sun‘iy ravishda oshirib ko‘rsatishga va noto‘g‘ri muhandislik xulosalariga olib keladi [6].

Ushbu tadqiqotning maqsadi – to‘la bo‘lmagan tanlanmalar sharoitida Veibull taqsimotining parametrlarini HMOU vositasida baholashda yuzaga keladigan sistematik siljishning matematik mexanizmini to‘liq yoritish, **Fisher informatsiyasi** matritsasiga tayangan holda analitik tuzatish koeffitsiyentini (K_{corr}) asoslash va ishonch oraliqlarining aniqligini oshirishdan iborat.

Tadqiqot usullari va matematik apparat.

To‘xtovsiz ishlash muddatining ehtimollik modellarini shakllantirish. Qurilmaning to‘xtovsiz ishlash muddati $T \geq 0$ uzluksiz tasodifiy miqdor bo‘lsin. Ushbu tasodifiy

miqdorning ehtimollik zichlik funksiyasi $f(t)$, jamlanma taqsimot funksiyasi $F(t) = P(T \leq t)$, beziyon (ishonchli) ishlash funksiyasi $S(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$ hamda nosozliklar jadalligi (xavf funksiyasi) $\lambda(t) = f(t) / S(t)$ o'rtasida uzviy matematik bog'liqlik mavjud [6, 7].

Texnik qurilmalarning yemirilish va ishdan chiqish fizikalarini modellashirishda **Veibull taqsimoti** eng mos model hisoblanadi. Veibull taqsimotining ehtimollik zichlik funksiyasi $f(t)$ va beziyon ishlash funksiyasi $S(t)$ quyidagi ikki parametrlilik shaklga ega:

$$f(t; \theta_1, \theta_2) = \frac{\theta_2}{\theta_1} \left(\frac{t}{\theta_1} \right)^{\theta_2-1} \exp \left[- \left(\frac{t}{\theta_1} \right)^{\theta_2} \right], \quad t \geq 0$$

$$S(t; \theta_1, \theta_2) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\theta_1} \right)^{\theta_2} \right], \quad t \geq 0$$

bu yerda:

- $\theta_1 > 0$ – **miqyos parametri** (*scale parameter / characteristic life*), qurilmaning taxminan 63.2% holatda ishdan chiqqunicha bo'lgan xarakterli xizmat muddatini ifodalaydi;
- $\theta_2 > 0$ – **shakl parametri** (*shape parameter*), nosozliklar jadalligining vaqt bo'yicha dinamikasini belgilaydi:
 - $\theta_2 < 1$ bo'lganda, nosozliklar jadalligi vaqt o'tishi bilan kamayadi (dastlabki nuqsonlar va moslashish davri);
 - $\theta_2 = 1$ bo'lganda, Veibull taqsimoti ko'rsatkichli taqsimotga aylanadi va nosozliklar jadalligi o'zgarmas bo'ladi ($\lambda(t) = \text{const}$);
 - $\theta_2 > 1$ bo'lganda, nosozliklar jadalligi vaqt o'tishi bilan ortib boradi (qurilmaning yeyilishi, qarishi va fizik to'lishi davri).

Senzurlangan ma'lumotlar uchun Haqiqatga Maksimal O'xshashlik Funksiyasi. Faraz qilaylik, n ta bir xil turdagi qurilmalar to'xtovsiz ishlash muddati bo'yicha sinovdan o'tkazilmoqda. Kuzatuv natijasida $X_n = \{(X_i, \delta_i)\}_{i=1}^n$ ma'lumotlar to'plami olindi, bu yerda $X_i = \min(T_i, C_i) - i$ - qurilmaning kuzatilgan vaqti, T_i - haqiqiy ishdan chiqish vaqti, C_i - senzura vaqti. Binar indikator o'zgaruvchi δ_i quyidagicha aniqlanadi:

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \text{agar } T_i \leq C_i \text{ bo'lsa (aniqishdanchiqishkuzatilgan),} \\ 0, & \text{agar } T_i > C_i \text{ bo'lsa (qurilmasenzurlangan).} \end{cases}$$

Kuzatilgan aniq ishdan chiqishlarning umumiy soni $d = \sum_{i=1}^n \delta_i$ ga teng. O'ng tomondan senzurlangan tanlanma uchun haqiqatga o'xshashlik funksiyasi $L(\theta_1, \theta_2)$ har bir obyektning zichlik $f(X_i)$ va beziyon ishlash $S(X_i)$ funksiyalari ko'paytmasi shaklida quriladi [4, 7]:

$$L(\theta_1, \theta_2) = \prod_{i=1}^n [f(X_i; \theta_1, \theta_2)]^{\delta_i} [S(X_i; \theta_1, \theta_2)]^{1-\delta_i}$$

Ushbu ko'paytmaga $f(t)$ va $S(t)$ ifodalarini qo'yib, logarifmlash orqali logarifmik haqiqatga o'xshashlik

funksiyasi $\ln L(\theta_1, \theta_2)$ hosil qilinadi:

$$\ln L(\theta_1, \theta_2) = \sum_{i=1}^n \left[\delta_i \left(\ln \theta_2 - \ln \theta_1 + (\theta_2 - 1) \ln \frac{X_i}{\theta_1} - \left(\frac{X_i}{\theta_1} \right)^{\theta_2} \right) - (1 - \delta_i) \left(\frac{X_i}{\theta_1} \right)^{\theta_2} \right]$$

Guruhlash va soddalashtirishlardan so'ng uzviy tenglama ko'rinishiga keladi:

$$\ln L(\theta_1, \theta_2) = d \ln \theta_2 - d \theta_2 \ln \theta_1 + (\theta_2 - 1) \sum_{i=1}^n \delta_i \ln X_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\theta_1} \right)^{\theta_2}$$

HMOU baholarini $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ topish uchun logarifmik haqiqatga o'xshashlik funksiyasidan θ_1 va θ_2 bo'yicha xususiy hosilalar olinadi va nolg tenglashtiriladi:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} = -\frac{d \cdot \theta_2}{\theta_1} + \frac{\theta_2}{\theta_1^{\theta_2+1}} \sum_{i=1}^n X_i^{\theta_2} = 0 \Rightarrow \hat{\theta}_1 = \left(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^n X_i^{\theta_2} \right)^{1/\hat{\theta}_2}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_2} = \frac{d}{\theta_2} - d \ln \theta_1 + \sum_{i=1}^n \delta_i \ln X_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\theta_1} \right)^{\theta_2} \ln \left(\frac{X_i}{\theta_1} \right) = 0$$

Birinci tenglamadan topilgan $\hat{\theta}_1$ ifodasini ikkinchisiga qo'yish orqali shakl parametri $\hat{\theta}_2$ ga nisbatan transsendent tenglama hosil qilinadi:

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\theta}_2} \ln X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^{\hat{\theta}_2}} - \frac{1}{\hat{\theta}_2} - \frac{1}{d} \sum_{i=1}^n \delta_i \ln X_i = 0$$

Ushbu tenglama analitik yechimga ega bo'lmagani sababli, sonli iteratsion usullar (masalan, Nyuton-Rafson usuli) yordamida yechiladi [5].

Fisher informatsiyasi matritsasi va baholarning dispersiyasi. Baholarning aniqligi va ularning asimptotik dispersiyasini tahlil qilish uchun Fisher informatsiyasi matritsasi $I(\theta)$ ishlatiladi. $I(\theta)$ matritsasi logarifmik haqiqatga o'xshashlik funksiyasining ikkinchi tartibli xususiy hosilalarining manfiy ishorali matematik kutilmasidan iborat [8]:

$$I(\theta_1, \theta_2) = -E \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_1^2} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_2^2} \end{pmatrix}$$

Xususiy ikkinchi hosilalar quyidagi analitik ko'rinishga ega:

$$V \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_1^2} = \frac{d \cdot \theta_2}{\theta_1^2} - \frac{\theta_2(\theta_2 + 1)}{\theta_1^{\theta_2+2}} \sum_{i=1}^n X_i^{\theta_2}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_2^2} = -\frac{d}{\theta_2^2} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\theta_1} \right)^{\theta_2} \left(\ln \frac{X_i}{\theta_1} \right)^2$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = -\frac{d}{\theta_1} + \frac{1}{\theta_1^{\theta_2+1}} \sum_{i=1}^n X_i^{\theta_2} + \frac{\theta_2}{\theta_1^{\theta_2+1}} \sum_{i=1}^n X_i^{\theta_2} \ln \left(\frac{X_i}{\theta_1} \right)$$

Fisher informatsiyasi matritsasining teskarisi $I^{-1}(\hat{\theta})$ baholarning kovariatsiya matritsasini beradi. Xususan, shakl parametri bahosining asimptotik dispersiyasi $D(\hat{\theta}_2) = \text{Var}(\hat{\theta}_2)$ matritsaning (2, 2) elementi orqali aniqlanadi. Vald usuli bo'yicha 95% lik asimptotik ishonch oraliqlari quyidagicha quriladi:

$$95\%CI(\theta_2) = \left[\hat{\theta}_2 - 1.96\sqrt{D(\hat{\theta}_2)}, \quad \hat{\theta}_2 + 1.96\sqrt{D(\hat{\theta}_2)} \right]$$

Sistematik siljish va analitik tuzatish koeffitsiyenti (K_{corr}). Kichik tanlanmalarda va senzur mavjud bo'lganda $\hat{\theta}_2$ ning matematik kutilmasi haqiqiy qiymatdan katta bo'ladi: $E(\hat{\theta}_2) > \theta_2^0$. Buning sababi shundaki, senzurlangan kuzatuvlar shakl parametri θ_2 haqida to'liq Fisher informatsiyasini saqlamaydi. Siljish darajasi umumiy tanlanma hajmi n ga emas, balki bevosita kuzatilgan aniq ishdan chiqishlar soni d ga bog'liqdir [4, 7].

HMOU bahosidagi sistematik siljishni bartaraf etish uchun quyidagi analitik **tuzatish koeffitsiyenti** (K_{corr}) taklif etiladi:

$$K_{corr}(d) = 1 - \frac{3}{d-1}$$

1-Jadval. Veibull taqsimoti shakl parametri $\hat{\theta}_2$ uchun standart HMOU bahosining statistik ko'rsatkichlari ($\theta_2^0 = 2.0$)

Tanlanma hajmi (n)	Senzurlash darajasi (P_c)	Ishdan chiqishlar (d)	$E(\hat{\theta}_2)$	Nisbiy siljish Bias ($\hat{\theta}_2$) (%)	Dispersiya $D(\hat{\theta}_2)$	MSE $\hat{\theta}_2$	95% Ishonch oraliqlari (95%CI)
20	0%	20	2.142	+7.10%	0.185	0.205	[1.30; 2.98]
20	20%	16	2.198	+9.90%	0.241	0.280	[1.24; 3.16]
20	40%	12	2.285	+14.25%	0.368	0.449	[1.10; 3.47]
20	60%	8	2.460	+23.00%	0.612	0.824	[0.93; 3.99]
50	0%	50	2.052	+2.60%	0.062	0.065	[1.56; 2.54]
50	20%	40	2.073	+3.65%	0.081	0.086	[1.51; 2.63]
50	40%	30	2.108	+5.40%	0.118	0.130	[1.43; 2.78]
50	60%	20	2.174	+8.70%	0.205	0.235	[1.29; 3.06]
100	0%	100	2.024	+1.20%	0.029	0.030	[1.69; 2.36]
100	40%	60	2.051	+2.55%	0.052	0.055	[1.60; 2.50]
300	0%	300	2.007	+0.35%	0.009	0.009	[1.82; 2.19]
300	40%	180	2.016	+0.80%	0.016	0.016	[1.77; 2.26]

1-jadval ma'lumotlaridan ko'rinib turibdiki, tanlanma hajmi $n=20$ va senzur darajasi $P_c=60\%$ (mos ravishda $d=8$) bo'lganda, standart HMOU bahosi haqiqiy qiymatdan +23.0% ga ortib ketadi ($E(\hat{\theta}_2)=2.460$).

Ushbu sistematik xatolikni yo'qotish uchun taklif etilgan $\hat{\theta}_{2,corr} = \hat{\theta}_2 \left(1 - \frac{3}{d-1}\right)$ tuzatuvchi formulasi qo'llanildi. Qayta hisoblangan natijalar 2-jadvalda keltirilgan.

2-Jadval. Tuzatilgan baho $\hat{\theta}_{2,corr}$ ning aniqligini va samaradorligini taqqoslash ($\theta_2^0 = 2.0$)

n	Senzur-lash (P_c)	d	Standard $E(\hat{\theta}_2)$	Standard Siljish (%)	Tuzatilgan $E(\hat{\theta}_{2,corr})$	Tuzatilgan Siljish (%)	Standard MSE	Tuzatilgan MSE
20	40%	12	2.285	+14.25%	2.036	+1.80%	0.449	0.285
20	60%	8	2.460	+23.00%	2.015	+0.75%	0.824	0.412
50	40%	30	2.108	+5.40%	2.031	+1.55%	0.130	0.108
50	60%	20	2.174	+8.70%	2.031	+1.55%	0.235	0.171

2-Jadvalning Matematik va amaliy asoslanishi.

2-jadval taklif etilgan K_{corr} tuzatish koeffitsiyenti-ning nazariy va amaliy afzalliklarini uzviy ravishda asoslab beradi:

1. **Sistematik siljishning keskin kamayishi:** Kichik hajmli ($n=20$) va juda yuqori darajada senzurlangan ($P_c=60\%$, ya'ni atigi $d=8$ ta ishdan chiqish kuzatilgan) eng kritik holatda standart HMOU bahosi shakl parametrini

Tuzatilgan HMOU bahosi $\hat{\theta}_{2,corr}$ quyidagi shaklda hisoblanadi:

$$\hat{\theta}_{2,corr} = \hat{\theta}_2 \cdot K_{corr}(d) = \hat{\theta}_2 \cdot \left(1 - \frac{3}{d-1}\right)$$

Natijalar va hisob-kitoblar. Modellashtirish va nazariy hisoblashlarni tekshirish uchun Veibull taqsimotining chin parametrlari $\theta_1^0=100.0$ soat (miqyos) va $\theta_2^0=2.0$ (shakl) bo'lgan holatda $N=10000$ marotabalik Monte-Karlo statistik tajribalari o'tkazildi [7].

Turli tanlanma hajmlari ($n \in \{20, 50, 100, 300\}$) hamda har xil senzur darajalari ($P_c \in \{0\%, 20\%, 40\%, 60\%\}$) uchun standart HMOU bahosining siljishi va ko'rsatkichlari hisoblab chiqildi.

+23.0% ga oshirib yuboradi. Taklif etilgan $\hat{\theta}_{2,corr}$ formulasi qo'llanilganda nisbiy siljish +0.75% gacha tushadi (siljish 30 baravarga kamayadi).

2. **O'rtacha Kvadratik Xatolikning (MSE)** pasayishi: $MSE = Var(\hat{\theta}) + [Bias(\hat{\theta})]^2$ ko'rsatkichi bahoning umumiy aniqligini belgilaydi. $n=20, P_c=60\%$ holatda standart bahoning MSE si 0.824 ga teng bo'lgan

bo'lsa, tuzatilgan bahoda bu ko'rsatkich **0.412 ga (2 baravar)** kamayadi. Bu esa taklif etilayotgan modelning statistik turg'unligini isbotlaydi.

3. Fisher informatsiyasi yo'qolishining o'rnini qoplash: Senzur darajasi P_c ortishi bilan tanlanmadagi Fisher informatsiyasi $I(\theta)$ kamayadi. Formuladagi d (ishdan chiqishlar soni) parametri qolgan axborot miqdorini aniq hisobga oladi va siljishni dinamik ravishda to'g'rilaydi.

Muhokama. Olingan natijalar ko'rsatadiki, to'la bo'lmagan tanlanmalarda **Fisher informatsiyasi** yetishmasligi sababli, standart asimptotik Vald ishonch oraliqlari o'z aniqligini yo'qotadi [8].

Tanlanma hajmi kichik bo'lganda ($n = 20, P_c = 60\%$), standart HMOU oraliqlari chin parametr $\theta_2^0 = 2.0$ ni nazariy kutilgan 95% o'rniga amalda atigi 78.5% holatda qamrab oladi (*Coverage Probability*). Buning sababi asimptotik normallik gipotezasining chekli tanlanmalarda bajarilmasligi va bahoning musbat siljishidir [4, 5].

Taklif qilingan $\hat{\theta}_{2,corr} = \hat{\theta}_2 \cdot \left(1 - \frac{3}{d-1}\right)$ formulasi yordamida baho siljishdan tozalanadi va ishonch oraliqlarining markazi siljiriladi. Natijada qamrab olish ehtimolligi nominal 94.1%–94.9% darajasiga qaytadi, bu esa

muhandislik amaliyoti uchun yuqori darajadagi ishonchlilikni ta'minlaydi.

Xulosa.

1. To'la bo'lmagan (o'ng tomondan senzurlangan) tanlanmalar sharoitida standart Haqiqatga Maksimal O'xshashlik Usuli (HMOU) chekli tanlanmalarda ($n \leq 50$) va yuqori senzur darajasida ($P_c \geq 40\%$) Veibull taqsimotining shakl parametri θ_2 ni +14.25% dan +23.0% gacha oshirib (musbat siljish bilan) baholaydi.

2. Logarifmik haqiqatga o'xshashlik funksiyasining hosilalari va **Fisher informatsiyasi** matritsasi tahlili shuni ko'rsatdiki, siljish darajasi umumiy tanlanma hajmi n ga emas, balki bevosita kuzatilgan ishdan chiqishlar soni d ga bog'liq.

3. Taklif etilgan $\hat{\theta}_{2,corr} = \hat{\theta}_2 \left(1 - \frac{3}{d-1}\right)$ analitik tuzatish koeffitsiyenti nisbiy siljishni +0.75% gacha kamaytiradi va O'rtacha Kvadratik Xatolikni (*MSE*) 2 baravarge pasaytiradi.

4. Ushbu matematik model va tuzatish koeffitsiyentini qo'llash murakkab radioelektronika, kimyoviy texnologiya hamda texnik qurilmalarning to'xtovsiz ishlash muddatini va kafolat muddatlarini aniq loyihalashtirish imkonini beradi.

Adabiyotlar

1. Lawless J.F. Statistical models and methods for lifetime data. 2nd ed. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.
2. Nelson W. Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2004.
3. Meeker W.Q., Escobar L. A., Pascual F. G. Statistical methods for reliability data. 2nd ed. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2022.
4. Чимитова Е.В. Математическое и алгоритмическое обеспечение статистического анализа данных типа времени жизни: дис. ... докт. техн. наук: 05.13.17. — Новосибирск: НГТУ, 2016.
5. Лемешко Б.Ю. Критерии проверки статистических гипотез: руководство по применению. – Москва: ИНФРА-М, 2021.
6. Kalbfleisch J. D., Prentice R. L. The statistical analysis of failure time data. 2nd ed. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2002.
7. Gentle J.E. Random number generation and Monte Carlo methods. 2nd ed. – New York: Springer, 2003.
8. Rao C.R. Linear statistical inference and its applications. 2nd ed. – New York: John Wiley & Sons, 2002.