

KOMPLEKS SANLARDIŇ ELEKTROTEKNIKAŲ MÁSELELERDI SHESHIWDE QOLLANÍWLARI

B.Kuthimuratov – úlken oqıtıwshı

Berdaq atındaǵı Qaraqalpaq mámleketlik universiteti

A.Xalknazarov – fizika-matematika ilimleri boyınsha filosofiya doktori

Ajiniyaz atındaǵı Nókis mámleketlik pedagogikalıq instituti

Tayanch so‘zlar: kompleks son, kompleksli ko‘chlanish, kompleksli zanjir kuchlanishi, kompleksli tok kuchi, Fure qatori.

Ключевые слова: комплексное число, комплексное напряжение, комплексное сопротивление цепи, комплексная сила тока, ряд Фурье.

Key words: complex numbers, complex voltage, complex circuit resistance, complex current, Fourier series.

Elektroteknikada ózgeriwshen tok shınjırların esaplawda kompleks sanlardan paydalanıwdıń simvolikalıq metodı keń maǵanaǵa iye. Bul metodtan paydalanıw ushın dáslep student kompleks sanlardıń qosındısı, ayırmasın, kóbeymesin, qatnasın hám kompleks sannıń trigonometriyalıq, kórsetkishli kórinislerin, kompleks sannıń geometriyalıq interpretaciyasın úyrenip biliwi zárúr. Yaǵnıy, $z = a + ib$ kompleks sanın $z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

yamasa $z = |z|e^{i\varphi}$ kórinislerine keltirip biliwi kerek, bunda $|z|$ – kompleks sannıń moduli, al j – kompleks sannıń argumenti [4]. Kompleks sandı vektor dep qarap jormal birlik dep atalıwshı i – sanına kóbeymesiniń, argument hám moduliń geometriyalıq ornına dıqqat awdarılıwı tiyis.

Elektroteknikalıq ózgeriwshen tok shınjırların esaplawda simvolikalıq metod sıpatında kelesi túsinikler, belgilewler hám tiykarǵı qatnaslar kiritiledi [1:38-41]:

r – aktivlik qarsılıq,

X_L – induktivlik qarsılıq,

X_C – sıyımlılıq qarsılıǵı,

X_r – reaktivlik qarsılıq, $X_r = X_L - X_C$;

Om nızamı [3:10]

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}},$$

bunda $\hat{U}$ – komplekslik kúshleniw, $\hat{Z}$ – komplekslik shınjır qarsılıǵı, $\hat{I}$ – komplekslik tok kúshi.

Aktivlik hám induktivlik qarsılıqlardı izbe-iz jalǵanıwınan komplekslik shınjır qarsılıǵı

$$\hat{Z} = r + iX_L \quad (1)$$

formulası menen esaplanadı.

Aktivlik hám sıyımlılıq qarsılıqlardı izbe-iz jalǵanıwınan komplekslik shınjır qarsılıǵı

$$\hat{Z} = r - iX_C \quad (2)$$

formulası menen esaplanadı.

Induktivlik hám sıyımlılıq qarsılıqlardı izbe-iz jalǵanıwınan komplekslik shınjır qarsılıǵı

$$\hat{Z} = r + (X_L - X_C) \quad (3)$$

formulası menen esaplanadı.

Bul formulalardı paydalanıp máselelerdi sheshiw barısında logarifmlik ólshemlerden paydalanıw maqsetke muwapıq boladı. Bunda dáslep $z = a + ib$ kompleks sanınıń argumentin $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$ formulası arqalı anıqlap, soń onıń modulin $|z| = \frac{b}{\sin \varphi}$ formulası járdeminde anıqlaw,

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ formulasınan paydalanıwǵa qaraǵanda derlik ańsatlaw boladı.

Endi bul keltirilgen túsinikler hám formulalar járdeminde bir qatar máselelerdiń sheshiliw usılların keltiremiz.

Másele 1. Aktivlik qarsılıq $r = 4,1$ Om, sıyımlılıq qarsılıq $X_C = 8,4$ Om bolǵanda, aktivlik hám sıyımlılıq qarsılıqlardı izbe-iz jalǵanıwınan komplekslik shınjır qarsılıǵın tabıń.

Sheshiliwi: Aktivlik hám sıyımlılıq qarsılıqlardı izbe-iz jalǵanıwınan komplekslik shınjır qarsılıǵın esaplaw (2) formulasına kóre $\hat{Z} = (4,1 - i8,4)$ Om boladı. Endi sáykes túrde bul sannıń argument hám modulin anıqlaymız:

$$\varphi = \arctg \frac{-8,4}{4,1} \approx -64^\circ, \quad \text{yamasa} \quad \varphi \approx -1,1 \text{ radian},$$

$$|\hat{Z}| = \frac{8,4}{\sin 64^\circ} \approx 9,3.$$

Demek bunnan $\hat{Z}$ komplekslik shınjır qarsılıǵın kórsetkishli kórinisine keltirsek $\hat{Z} = 9,3e^{-1,1i}$ (Om) ekenligine iye bolamız.

Másele 2. Aktivlik qarsılıq $r = 3,4$ Om, induktivlik qarsılıq $X_L = 2,2$ Om bolǵanda, aktivlik hám induktivlik qarsılıqlardı izbe-iz jalǵanıwınan komplekslik shınjır qarsılıǵın tabıń.

Sheshiliwi: Aktivlik hám induktivlik qarsılıqlardı izbe-iz jalǵanıwınan komplekslik shınjır qarsılıǵın esaplaw (1) formulasına kóre $\hat{Z} = (3,4 + 2,2i)$ Om boladı. Endi sáykes túrde bul sannıń argument hám modulin anıqlaymız:

$$\varphi = \arctg \frac{2,2}{3,4} \approx 33^\circ, \quad \text{yamasa} \quad \varphi = 33^\circ \approx 0,6 \text{ radian},$$

$$|\hat{Z}| = \frac{2,2}{\sin 33^\circ} \approx 4,07 \approx 4,1.$$

Demek bunnan $\hat{Z}$ komplekslik shınjır qarsılıǵın kórsetkishli kórinisine keltirsek $\hat{Z} = 4,1e^{0,6i}$ (Om) ekenligine iye bolamız.

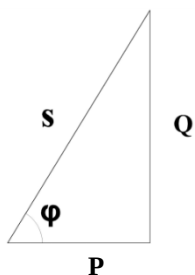
Másele 3. Komplekslik kúshleniw $100e^{1,1i}$ (B), komplekslik toq kúshi $\hat{I} = 10e^{-0,44i}$ (A) bolǵanda, aktivlik hám reaktivlikten turıwshı tolıq quwatlılıqtı tabıń.

Sheshiliwi: Dáslep tolıq quwatlılıqtı esaplaymız. Tolıq quwatlılıqtı S arqalı belgilep $S = \hat{U} \cdot \hat{I}$ formulası járdeminde esaplaymız:

$$S = 100e^{1,1i} \cdot 10e^{-0,44i} = 10^3 e^{0,66i} \text{ (B} \cdot \text{A)}$$

Tolıq quwatlılıqtıń aktivlik hám reaktivlikten dúzilisi menen baylanısın «quwatlılıq úshmúyeshligi» sızılması arqalı keltiriwimizge boladı.

Aktivlik quwatlılıq P hám reaktivlik Q quwatlılıqtı úshmúyeshliktiń qásiyetinen paydalanıp kelesi formulalar járdeminde esaplawımızǵa boladı.



Másele 4. Aktivlik qarsılıq $r = 1,6$ Om, induktivlik qarsılıq $X_L = 1,2$ Om, komplekslik kúshleniw $\hat{U} = 340 \sin(\omega t + 1,1)$ bolǵanda aktivlik hám induktivlik qarsılıqlardı izbe-iz jalǵanıwınan shıńırdaǵı toktıń ózgeriw nızamın anıqlań.

Sheshiliwi: Dáslep komplekslik qarsılıqtı esaplaymız (shıńırdaǵı toltıq qarsılıǵın). (1) formulaǵa kóre

$$\hat{Z} = r + iX_L = 1,6 + 1,2i = 2(0,8 + 0,6i)$$

ıye bolamız. Bunnan kompleks sannıń trigonometriyalıq kórinisinen paydalanıp, kórsetkishli kórinisine keltiremiz

$$\hat{Z} = 2(0,8 + 0,6i) = 2(\cos \varphi + i \sin \varphi) = 2e^{i\varphi}$$

bunda $|\hat{Z}| = \sqrt{1,6^2 + 1,2^2} = 2$, $\cos \varphi = 0,8$ hám

$\sin \varphi = 0,6$ bolǵanlıqtan bunda $\varphi = 0,64$ radian boladı.

Demek

$$\hat{Z} = 2e^{0,64i}$$

kórsetkishli kóriniske kelemiz. Endi $\hat{U}$ komplekslik kúshleniwin kórsetkishli kóriniste jazamız:

$$\hat{U} = 340e^{i(\omega t + 1,1)} = 340e^{1,1i} \cdot e^{i\omega t}$$

Endi Om nızamına kóre

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}} = \frac{340e^{1,1i} \cdot e^{i\omega t}}{2e^{0,64i}} = 170e^{i\omega t} \cdot e^{0,46i}$$

shamasına ıye bolamız. Shıńırdaǵı tok kúshiniń ózgeriw nızamı usı shamanıń haqıyqıy bólegi arqalı anıqlanadı:

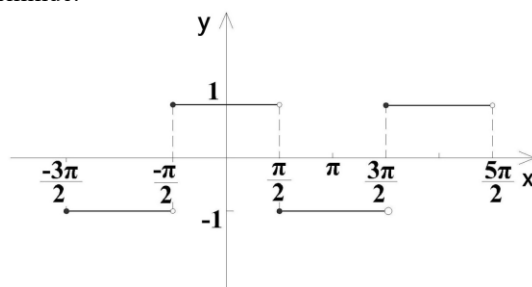
$$\hat{I}: I = 170 \sin(\omega t + 0,46).$$

Bunnan tok kúshiniń fazası $\varphi = 0,46$ radianǵa jılǵıtuǵını kelip shıǵadı. Shama menen $\varphi \approx 26^\circ$ kórsetkishte boladı.

Kóp jaǵdaylarda trigonometriyalıq qatarlarsız elektrotexnikalıq hám radioelektronikalıq máselelerdi sheshiw múmkinshiligi bolmaydı. Barlıq quramalı terbelisli processlerdi izertlenip atırǵan funkciyanı (kúshleniw, tok kúshi h.t.b) Fure qatarına jayıw arqalı ápiwayı garmonikalıq

terbeliske keltiriwimizge boladı. Sinusoidalıq bolmaǵan toklarǵa ıye elektrlik shıńırda bunday processlerdi úyreniwde Fure teoremasınan paydalanıw maqsetke muwapıq boladı. Hár qanday Dirixle teoremasınıń shártlerin qanaatlandırıwshı periodlı funkciya turaqlı shamalardıń qosındısı sıpatında qaralıwı múmkin hám qısqa jıyılıklı sinusoidalıq shamalardıń qatarı sıpatında da qaralıwı múmkin.

Másele 5. Elektrotexnikalıq esaplawlarda berilgen elektr toktı garmonikalıq terbelisler arqalı keltiriw jolı menen izertlewge tuwra keledi, yaǵnıy Fure qatarı járdeminde.



Keltirilgen grafik boyınsha terbelis procesine sáykes keliwshi Fure qatarın keltiriń.

Sheshiliwi: Berilgen funkciya grafigi járdeminde, dáslep funkciyanı analitik kórinisinde jazıp alamız.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x < 2\pi n + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ -1, & 2\pi n + \frac{\pi}{2} \leq x < 2\pi n + \frac{3\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Berilgen funkciya jup funkciya, sonlıqtan

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$$

arqalı jazıwımızǵa boladı. Bunda

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos nx dx - \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos nx dx = \\ &= \frac{4}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} = \begin{cases} 0, & n = 2k, k \in \mathbb{Z} \\ \pm \frac{4}{\pi n}, & n = 2k - 1, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Izlenip atırǵan juwabımızdı

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \left(\cos x - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{\cos 5x}{5} - \dots \right)$$

qatarı arqalı jazamız.

Ádebiyatlar

1. Третьяк Г.М., Тихонов Ю.Б. «Общая электротехника и электроника» Учебное пособие Омск, Издательство СибАДИ, 2006.
2. Марченко А.Л. Основы электроники» учебное пособие для вузов. –Москва: 2009.
3. Морозова Н.Ю. «Электротехника и электроника» Учебник, среднее профессиональное образование. – Москва: 2009.
4. Otemuratov B.P, Tleumuratov S.J, Qutlimuratov B.J Kompleks analiz. –Toshkent: «Noshir». 2018.

REZYUME. Ushbu maqolada elektrotexnik masalalarni yechishda kompleks sonlarning va Fure qatorlarining qo‘llanilishi keltirildi.

РЕЗЮМЕ. В данной статье показано применение комплексных чисел и ряды Фурье для решение электротехнических задач.

SUMMARY. This article describes the use of complex numbers and Fourier series for solving electrical problems.