

5. Jin J., Zhou P., Li C., Guo X., Zhang M. Low-carbon power dispatch with wind power based on carbon trading mechanism // *Energy*, 2019. Vol. 170, № 1. -P. 250–260.
6. Sedighzadeh M., Rezazadeh A. Using Genetic Algorithm for Distributed Generation Allocation to Reduce Losses and Improve Voltage Profile // *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2008. Vol. 37, no. 1. -P. 251–256.
7. Singh B., Payasi R.P., Shukla V. A taxonomical review on impact assessment of optimally placed DGs and FACTS controllers in power systems // *Energy Reports*, 2017. Vol. 3, № 1. -P. 94–108.
8. Charlansut A., Rugthaicharoencheep N., Auchariyamet S. Heuristic Optimization Techniques for Network Reconfiguration in Distribution System // *International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*, 2012. Vol. 6, № 4. -P. 365–368.
9. Beheshti Z., Mariyam S., Shamsuddin H. A Review of Population-based Meta-Heuristic Algorithm // *International Journal of Advances in Soft Computing and its Application*, 2013. Vol. 5, № 1. -P. 1–35.
10. Ibrahim A.M., Swief R.A. Comparison of modern heuristic algorithms for loss reduction in power distribution network equipped with renewable energy resources // *Ain Shams Engineering Journal*, 2018. Vol. 9, № 4. -P. 3347–3358.
11. Šipoš M., Klaiš Z., Fekete K., Stojkov M. Review of Non-Traditional Optimization Methods for Allocation of Distributed Generation and Energy Storage in Distribution System // *Technical Gazette*, 2018. Vol. 25, № 1. -P. 294–301.
12. Tulkin Gayibov, Behzod Pulatov. Taking into account the constraints in power system mode optimization by genetic algorithms. E3S Web of Conferences 264, 04045 (2021). CONMECHYDRO-2021. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126404045>. Гайи́бов Т.Ш. Методы и алгоритмы оптимизации режимов электроэнергетических систем. – Т.: Изд. ТашГУ, 2014.
13. Манусов В.З., Павлюченко Д.А. Эволюционный алгоритм оптимизации режимов электроэнергетических систем по активной мощности. *Электричество*. №3. 2004. – С.2–8.
14. Гайи́бов Т.Ш. Оптимизация режимов энергосистем генетическими алгоритмами. // Проблемы энерго и ресурсосбережения. –Ташкент: 2017. № 1,2. – С. 43–48. 3. Darrel Whitley "A Genetic Algorithm Tutorial", 2016. -P.256.
15. Tsoy Yu.R., Spistin V.G. Geneticheskii algoritm/Spisin V.G., Tsoy Yu.R. Predstavleniye znaniy v informatsionnix sistemax: uchebnoe posobie. -Tomsk: Izd-vo TPU, 2016. -P.146.
16. Gayibov T.Sh., Pulatov B.M., Qayumov J.A. Minimization of Losses in Distributed Power Networks by Genetic Algorithms. - *International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology*.-Vol. 6, Issue 2, February 2019. - P. 8037- 8039.
17. Deb K. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms, John Wiley & Sons AbdellahLaoufi , Collective Intelligence for Optimal Power Flow Solution Using Ant Colony Optimization, Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies, -P.88-105, 2008.

РЕЗЮМЕ. Ушбу мақоладаги тадқиқот энергия инфратузилмасидаги мураккаб муносабатларни ҳисобга оладиган генетик алгоритм ёрдамида энергия тизимларини оптималлаштириш усулини тақдим этади. Генетик алгоритм глобал оптималлаштириш учун мослашувчанлик ва қўп қирралиликни таъминлайди, тизим динамикасига мослашади ва маҳаллий минималларга мустаҳкам бўлади. Усул энергия балансини оптималлаштириш, харажатларни минималлаштириш ва энергия тизимининг чизикли бўлмаган хусусиятларини ҳисобга олиш учун ишлатилади. Экспериментал натижалар усулнинг самарадорлигини тасдиқлади, юқори аниқлик ва мураккаб шароитларни ҳисобга олган ҳолда энергия ресурсларини мувозанатлаш қобилиятини намойиш этди. Бироқ, янада такомиллаштириш алгоритми параметрларининг таъсирини ва қўшимча ноаниқлик омилларини ҳисобга олган ҳолда чуқурроқ таҳлил қилишни талаб қилади. Ушбу тадқиқот энергия тизимини оптималлаштириш соҳасида муҳим тушунчаларни беради ва динамик энергия муҳитида янада самарали бошқариш усуллариини ишлаб чиқиш учун асос бўлиб хизмат қилади.

РЕЗЮМЕ. Исследование в данной работе представляет метод оптимизации энергосистем с использованием генетического алгоритма, который учитывает сложные взаимосвязи в энергетической инфраструктуре. Генетический алгоритм обеспечивает гибкость и универсальность для глобальной оптимизации, адаптируясь к динамике системы и устойчивый к локальным минимумам. Метод применен для оптимизации баланса энергии, минимизации затрат и учета нелинейных характеристик энергосистемы. Результаты экспериментов подтвердили эффективность метода, демонстрируя высокую точность и способность к балансировке энергетических ресурсов при учете сложных условий. Однако для дальнейшего совершенствования требуется более глубокий анализ влияния параметров алгоритма и учета дополнительных факторов неопределенности. Это исследование представляет значимые инсайты в область оптимизации энергосистем и служит основой для разработки более эффективных методов управления в динамичной энергетической среде.

SUMMARY. The research in this paper presents a method for optimizing power systems using a genetic algorithm that takes into account the complex relationships in the power infrastructure. The genetic algorithm provides flexibility and versatility for global optimization, adapting to system dynamics and being robust to local minima. The method is used to optimize the energy balance, minimize costs and take into account the nonlinear characteristics of the power system. The experimental results confirmed the effectiveness of the method, demonstrating high accuracy and the ability to balance energy resources while taking into account complex conditions. However, further improvement requires a more in-depth analysis of the influence of the algorithm parameters and taking into account additional uncertainty factors. This research provides significant insights into the field of power system optimization and serves as a basis for developing more effective control methods in dynamic energy environments.

ТЕОРЕМА О НЕРАВЕНСТВЕ ПЛОЩАДЕЙ ТРЕУГОЛЬНИКОВ, ОБРАЗОВАННЫХ КАСАТЕЛЬНЫМИ К ГИПЕРБОЛЕ

А.К.Сеидуллаев – доктор философии по физико-математическим наукам

Каракалпакского отделения института математики им. В.И.Романовского АН РУз

С.Б.Кунназаров – студент

Каракалпакский государственный университет имени Бердаха

Таянч сўзлар: гипербола, учбурчак юзи, уриниш нукталари, конус кесимлари, гиперболанинг параметрик тенгламаси.

Ключевые слова: гипербола, площадь треугольника, точки касания, конические сечения, параметрические уравнения гиперболы.

Key words: hyperbola, triangle area, tangency point, conic sections, parametric equations of the hyperbola.

Исследования в области математики всегда привлекают внимание ученых и студентов, ведь они раскрывают перед нами удивительный мир логики, абстракции и точности. Одной из наиболее увлекательных и важных тем в математике является геометрия, которая изучает формы, пространственные отношения и их свойства. Конусные сечения, такие как эллипс, парабола и гипербола, играют важную роль, представляя собой объекты изучения как в алгебраической, так и в аналитической геометрии.

В рамках геометрии одной из важных задач является изучение свойств треугольников, которые являются фундаментальными геометрическими объектами. Особый интерес представляет собой анализ треугольников, образованных касательными к коническим сечениям, так как это позволяет понять связь между геометрическими формами и алгебраическими уравнениями.

Целью данной статьи является представление и доказательство теоремы о неравенстве площадей треугольников, образованных касательными к гиперболе.

Подобные исследования не только расширяют наше понимание геометрии, но и имеют важное практическое значение в различных областях науки и техники.

Рассмотрим неравенства, возникающие из конических сечений и их касательных линий. Давно известно [1], что площадь треугольника, образованного тремя касательными к параболе, равна половине площади треугольника, образованного соединением их точек касания. В 1991 году Дэй нашел одинаково красивые результаты как для эллипса, так и для гиперболы [2]. Площадь треугольника, образованного тремя касательными к эллипсу, строго больше половины площади треугольника, образованного соединением их точек касания. Площадь треугольника, образованного тремя касательными к гиперболе, строго меньше половины площади треугольника, образованного соединением их точек касания (при условии, что три точки лежат на одной ветви гиперболы). Ниже рассмотрим его доказательства для гиперболы.

Теорема: Пусть дана гипербола и проведены три касательные к ней. Тогда площадь треугольника, образованного этими касательными, не превышает половины площади треугольника, образованного соединением точек их касания с гиперболой: $\bar{S} \leq \frac{S}{2}$.

Доказательство. Для доказательства данного утверждения воспользуемся параметрическими уравнениями гиперболы. Предположим, что $A(a \cosh t_1, b \sinh t_1)$, $B(a \cosh t_2, b \sinh t_2)$, и $C(a \cosh t_3, b \sinh t_3)$ – три точки на гиперболе, где $a, b > 0$.

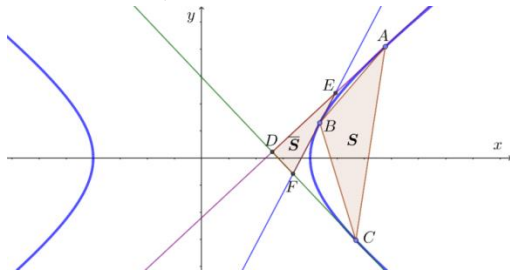


Рис.1

Обозначим площадь треугольника ABC , образованного этими тремя точками, как S . Поскольку мы знаем, как вычислить площадь треугольника, то можем записать следующее равенство:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a \cosh t_1 & b \sinh t_1 & 1 \\ a \cosh t_2 & b \sinh t_2 & 1 \\ a \cosh t_3 & b \sinh t_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Вычислив определитель, получим следующее выражение для площади:

$$S = \frac{1}{2} ab | \cosh t_1 (\sinh t_2 - \sinh t_3) + \cosh t_2 (\sinh t_3 - \sinh t_1) + \cosh t_3 (\sinh t_1 - \sinh t_2) |$$

Затем записываем это в виде суммы разностей аргументов гиперболического синуса и применяем форму-

лы суммы гиперболических синусов к произведению гиперболических синусов:

$$S = 2ab \left| \sinh \left(\frac{t_1 - t_2}{2} \right) \cdot \sinh \left(\frac{t_2 - t_3}{2} \right) \cdot \sinh \left(\frac{t_3 - t_1}{2} \right) \right|. \quad (1)$$

Далее находим уравнения касательных к гиперболе в указанных точках $(a \cosh t_1, b \sinh t_1)$, $(a \cosh t_2, b \sinh t_2)$ и $(a \cosh t_3, b \sinh t_3)$:

$$\frac{x \cosh t_1}{a} - \frac{y \sinh t_1}{b} = 1, \quad \frac{x \cosh t_2}{a} - \frac{y \sinh t_2}{b} = 1, \quad \frac{x \cosh t_3}{a} - \frac{y \sinh t_3}{b} = 1.$$

Используя эти обозначения, вычислим точки пересечения трех касательных:

$$\left(\frac{a(\sinh t_1 - \sinh t_2)}{\sinh(t_1 - t_2)}, \frac{b(\cosh t_1 - \cosh t_2)}{\sinh(t_1 - t_2)} \right),$$

$$\left(\frac{a(\sinh t_2 - \sinh t_3)}{\sinh(t_2 - t_3)}, \frac{b(\cosh t_2 - \cosh t_3)}{\sinh(t_2 - t_3)} \right)$$

$$\left(\frac{a(\sinh t_3 - \sinh t_1)}{\sinh(t_3 - t_1)}, \frac{b(\cosh t_3 - \cosh t_1)}{\sinh(t_3 - t_1)} \right).$$

Если обозначить $\bar{S}$ площадью треугольника, образованного тремя точками пересечения, то площадь треугольника равна

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{a(\sinh t_1 - \sinh t_2)}{\sinh(t_1 - t_2)} & \frac{b(\cosh t_1 - \cosh t_2)}{\sinh(t_1 - t_2)} & 1 \\ \frac{a(\sinh t_2 - \sinh t_3)}{\sinh(t_2 - t_3)} & \frac{b(\cosh t_2 - \cosh t_3)}{\sinh(t_2 - t_3)} & 1 \\ \frac{a(\sinh t_3 - \sinh t_1)}{\sinh(t_3 - t_1)} & \frac{b(\cosh t_3 - \cosh t_1)}{\sinh(t_3 - t_1)} & 1 \end{vmatrix}.$$

После применения определенных преобразований и вычислений, мы получим следующие результаты:

$$\bar{S} = \frac{8ab \left| \sinh \left(\frac{t_1 - t_2}{2} \right) \sinh \left(\frac{t_2 - t_3}{2} \right) \sinh \left(\frac{t_3 - t_1}{2} \right) \right|^2}{|\sinh(t_1 - t_2) \sinh(t_2 - t_3) \sinh(t_3 - t_1)|}$$

Используя формулу для выражения гиперболического синуса через половину угла, можно получить следующее:

$$\bar{S} = ab \left| \tanh \left(\frac{t_1 - t_2}{2} \right) \cdot \tanh \left(\frac{t_2 - t_3}{2} \right) \cdot \tanh \left(\frac{t_3 - t_1}{2} \right) \right|. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2), получим следующее равенство.

$$\frac{S}{2\bar{S}} = \left| \cosh \left(\frac{t_1 - t_2}{2} \right) \cdot \cosh \left(\frac{t_2 - t_3}{2} \right) \cdot \cosh \left(\frac{t_3 - t_1}{2} \right) \right|. \quad (3)$$

Учитывая, что гиперболический косинус всегда превышает единицу, то и произведение таких косинусов также будет больше единицы. Следовательно, из уравнения (3), мы приходим к следующему результату:

$$\frac{S}{2} \geq \bar{S}.$$

Теорема доказана.

Литература

1. Salmon G., A Treatise on Conic Sections, 6th edition, Longman, Green, and Co., London, 1879, -P. 212.
2. Day W.A. Inequalities for areas associated with conics, The American Mathematical Monthly **98**. 1991, №. 1, 36-39.
3. Dreiling A. Mathematical Inequalities, San Jose State University. 2013.

РЕЗЮМЕ. Ушбу мақолада гипербола билан боғлиқ масалани кўриб чиқдик: агар берилган гипербола учта уринма ўтказилган бўлса, у ҳолда уларнинг кесишиш нукталари томонидан ҳосил бўлган учбурчакнинг юзаси уриниш нукталарнинг ўзлари томонидан ҳосил бўлган учбурчакнинг юзасидан икки баравар кичик ёки тенг бўлади.

РЕЗЮМЕ. В данной статье рассматривается задача, связанная с гиперболой: если на данной гиперболе проводились три касательные, то площадь треугольника, образованного точками их пересечения, оказалась в два раза меньше или равной площади треугольника, образованного самими касательными.

SUMMARY. In this article we considered a problem related to a hyperbola: if three tangents are drawn on a given hyperbola, then the area of the triangle formed by the points of their intersection is half or equal to the area of the triangle formed by the tangents themselves.