

НОРАВШАН ТЕНГЛАМАЛАР ТИЗИМИНИНГ КОМПАКТ ЕЧИМИНИ ТОПИШ

Д.Т.Мухамедиева — техника фанлари доктори, профессор

Тошкент ирригация ва қишлоқ хўжалигини механизациялаш муҳандислари институти

Миллий тадқиқот университети

Таянч сўзлар: бирламчи ахборот, компакт, норавшан тўплам, тегишлилик функцияси, фазо.

Ключевые слова: первичная информация, компактность, нечёткое множество, функция релевантности, пространство.

Key words: primary information, compactness, fuzzy set, relevance function, space.

Чизикли тенгламалар тизими матрица кўринишда берилган бўлсин. $Az = u$ (1)

Ечимни топишда қуйидагиларни фараз қилиш мумкин: A матрица ва u векторнинг қийматлари норавшан (хатолик билан) ўлчанади, ҳисоблашларда ҳам норавшанликка йўл қўйилиши мумкин [1].

$Az = u$ тенгламанинг норавшан ечими деб $\bigcup_{\alpha} A_{\alpha}$ норавшан тўплам билан ифодаланган, қуйидаги хоссаларга эга бўлган бирламчи ахборотга айтилади:

* A оператор ва z бошланғич маълумотлар берилган;

* $\forall \alpha \in (0,1], A_{\alpha} = \{z : \mu_A(z) \geq \alpha\}$

$$\exists \varepsilon(\alpha) > 0, \sup_{z \in A_{\alpha}} \rho_z(A(z), A_{\alpha}) < \varepsilon(\alpha) < \infty.$$

Бу ерда $\rho_z = A(z)$ ва A_{α} тўпламлар орасидаги масофа.

Тенгламанинг ечимини қидириш $Az = u$

тенгламанинг мумкин бўлган норавшан ечимини қидириш масаласига келтирилади [3].

Тегишлилик функцияси 1-жадвал кўринишда бўлган "тенгламани ечиш" тушунчасига мос норавшан тўпламлардан бирини қидириш мумкин.

$$\text{Бу ерда: } \|Az - u\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_{ij}z_j - u_i)^2}.$$

Бу ва бошқа масалаларнинг Z ечимлар тўпламини асосий тўплам (фазо) деб атаймиз.

1-жадвал

№	Тегишлилик функцияси	Бирламчи ахборот норавшан ечим эканлиги исботи
1.	$\mu(z) = e^{-k\ Az-u\ }$	$\forall \alpha \in (0,1], k > 1, 0 \leq (Az - u) < \infty, A_{\alpha}(z) = \{z : \mu_A(z) \geq \alpha\} = \{z : \exp(-k(Az - u)) \geq \alpha\} = \left\{z : \ Az - u\ \leq -\frac{\ln \alpha}{k} = \varepsilon(\alpha) < \infty\right\}.$
2.	$\mu(z) = e^{-k\ Az-u\ ^2}$	$\forall \alpha \in (0,1], k > 0, A_{\alpha}(z) = \{z : \mu_A(z) \geq \alpha\} = \{z : \exp(-k(Az - u)^2) \geq \alpha\} = \left\{z : \ Az - u\ \leq \sqrt{-\frac{\ln \alpha}{k}} = \varepsilon(\alpha) < \infty\right\}.$
3.	$\mu(z) = \frac{1}{1 + k\ Az - u\ ^2}$	$\forall \alpha \in (0,1], k > 1, A_{\alpha}(z) = \{z : \mu_A(z) \geq \alpha\} = \left\{z : \frac{1}{1 + k\ Az - u\ ^2} \geq \alpha\right\} = \left\{z : \ Az - u\ \leq \sqrt{\frac{1-\alpha}{k\alpha}} = \varepsilon(\alpha) < \infty\right\}.$
4.	$\mu(z) = \begin{cases} 0, & -\infty < (Az - u) \leq -\frac{1}{\sqrt[k]{a}}, \\ 1 - a(-(Az - u)^k), & -\frac{1}{\sqrt[k]{a}} \leq (Az - u) \leq 0, \\ 1 - a(Az - u)^k, & 0 \leq (Az - u) \leq \frac{1}{\sqrt[k]{a}}, \\ 0, & \frac{1}{\sqrt[k]{a}} \leq (Az - u) < \infty \end{cases}$	1) $\forall \alpha \in (0,1], -\frac{1}{\sqrt[k]{a}} \leq (Az - u) \leq 0, A_{\alpha}(z) = \{z : \mu_A(z) \geq \alpha\} = \{z : 1 - a(-(Az - u)^k) \geq \alpha\} = \left\{z : -(Az - u) \leq \sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}} = \varepsilon(\alpha) < \infty\right\}.$
		2) $\forall \alpha \in (0,1], 0 \leq (Az - u) \leq \frac{1}{\sqrt[k]{a}}, A_{\alpha}(z) = \{z : \mu_A(z) \geq \alpha\} = \{z : 1 - a(Az - u)^k \geq \alpha\} = \left\{z : (Az - u) \leq \sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}} = \varepsilon(\alpha) < \infty\right\}.$
5.	$\mu(z) = \begin{cases} 0, & -\infty < (Az - u) \leq -a_2, \\ \frac{a_2 + (Az - u)}{a_2 - a_1}, & -a_2 \leq (Az - u) \leq -a_1, \\ 1, & -a_1 \leq (Az - u) \leq a_1, \\ \frac{a_2 - (Az - u)}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq (Az - u) \leq a_2, \\ 0, & a_2 \leq (Az - u) < \infty \end{cases}$	1) $\forall \alpha \in (0,1], -a_2 \leq (Az - u) \leq -a_1, A_{\alpha}(z) = \{z : \mu_A(z) > \alpha\} = \left\{z : \frac{a_2 + (Az - u)}{a_2 - a_1} \geq \alpha\right\} = \{z : -(Az - u) < a_2 - (a_2 - a_1)\alpha = \varepsilon(\alpha) < \infty\}.$
		2) $\forall \alpha \in (0,1], a_1 \leq (Az - u) < a_2, A_{\alpha}(z) = \{z : \mu_A(z) \geq \alpha\} = \left\{z : \frac{a_2 - (Az - u)}{a_2 - a_1} \geq \alpha\right\} = \{z : (Az - u) \leq a_2 - (a_2 - a_1)\alpha = \varepsilon(\alpha) < \infty\}.$

Ўрганилаётган объект тўғрисидаги бирламчи ахборот тегишлилик функцияси $\mu(z)$ бўлган норавшан тўпландир, бу ерда $z \in Z$.

Шуни таъкидлаб ўтамизки, асосий фазо Z (объект характеристикалари фазоси) икки қисмдан ташкил топиши мумкин, бунда $Z = X \oplus P$, бу ерда P – ўрганилаётган объектнинг сифат (ахборот) характеристикаларини беради, улар кўпинча математик моделларни қуришда вужудга келади, Z фазо эса ўрганилаётган объектнинг миқдорий характеристикаларини беради.

Агар бирламчи ахборот $\mu(z) = 0$ тегишлилик функциясига эга бўлса, у ҳолда бундай бирламчи ахборот тривиал деб аталади.

Барча бирламчи ахборотлар тўплами устидан норавшан тўплани ахборот тўплами (фазоси) деб атаймиз, бу ерда берилган норавшан тўпланининг тегишлилик функцияси $\mu_p(B)$, бу ерда $B \in M$ – барча бирламчи ахборотлар тўплами ҳар бир бирламчи ахборотнинг ишончилилик даражасини характерлайди.

Бирламчи ахборотнинг ифодаловчиси деб қуйидаги кўринишдаги оддий тўпламга айтилади [1,2]:

$$\text{supp}A = \{x: \mu(x) > 0\}.$$

Агар бирламчи ахборотнинг ифодаловчиси X асосий фазода компакт бўлса (яъни, ҳар қандай кетма–кетликдан яқинлашувчи қисм кетма–кетликни ажратиб кўрсатиш мумкин бўлса), бирламчи ахборот компакт деб аталади.

Бирламчи ахборот ўрганилаётган объектнинг характеристикалари соҳасига чеклов кўринишида бўлсин. Тушунчага мос тегишлилик функцияси

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x \in K \\ 0, & x \notin K \end{cases},$$

кўринишда бўлади, бу ерда K – X фазодаги компакт соҳа.

Агар нолинчи даражадаги тўпландан бошқа ҳар қандай даражадаги тўплам X фазода компакт бўлса, бирламчи ахборот норавшан компакт деб аталади, яъни $\forall \alpha \in (0,1], A_\alpha = \{x: \mu(x) \geq \alpha\}$ – фазодаги компакт соҳа.

1-тасдиқ. n ўлчамли $X=R^n$ фазода берилган тегишлилик функцияси 2-жадвалда ифодаланган бирламчи ахборот норавшан компакт бирламчи ахборотдир.

2-жадвал

№	Тегшлилик функцияси	Норавшан компакт бирламчи ахборот эканлиги исботи
1.	$\mu(x) = e^{-k\ x\ }$	$\forall \alpha \in (0,1], k > 1, 0 \leq x < \infty \quad A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \{x: e^{-k\ x\ } \geq \alpha\} = \{x: -k\ x\ \geq \ln \alpha\} =$ $\left\{x: \ x\ \leq -\frac{\ln \alpha}{k}\right\} = \{x: \ x\ < \varepsilon(\alpha)\},$ $\varepsilon(\alpha) = -\frac{\ln \alpha}{k}.$
2.	$\mu(x) = e^{-k\ x\ ^2}$	$\forall \alpha \in (0,1], k > 0, \quad A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \{x: e^{-k\ x\ ^2} \geq \alpha\} = \{x: -k\ x\ ^2 \geq \ln \alpha\} =$ $\left\{x: \ x\ ^2 \geq -\frac{\ln \alpha}{k}\right\} = \left\{x: \ x\ \leq \sqrt{-\frac{\ln \alpha}{k}}\right\} =$ $\{x: \ x\ < \varepsilon(\alpha)\}, \quad \varepsilon(\alpha) = \sqrt{-\frac{\ln \alpha}{k}}.$
3.	$\mu(x) = \frac{1}{1+k\ x\ ^2}$	$\forall \alpha \in (0,1], k > 1, \quad A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \left\{x: \frac{1}{1+k\ x\ ^2} \geq \alpha\right\} = \left\{x: 1+k\ x\ ^2 \leq \frac{1}{\alpha}\right\} =$ $\left\{x: \ x\ ^2 \leq \frac{1-\alpha}{k\alpha}\right\} = \left\{x: \ x\ \leq \sqrt{\frac{1-\alpha}{k\alpha}}\right\} =$ $\{x: \ x\ < \varepsilon(\alpha)\}, \quad \varepsilon(\alpha) = \sqrt{\frac{1-\alpha}{k\alpha}}.$

Бу ерда $\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}.$

Тасдиқ исботланди.

2-тасдиқ. $X=R$ фазода берилган тегишлилик функцияси 3-жадвалда ифодаланган бирламчи ахборот норавшан компакт бирламчи ахборотдир.

3-жадвал

№	Тегишлилик функцияси	Норавшан компакт бирламчи ахборот эканлиги исботи
1.	$\mu(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x \leq -a_2, \\ \frac{a_2 + x}{a_2 - a_1}, & -a_2 \leq x \leq -a_1, \\ 1, & -a_1 \leq x \leq a_1, \\ \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2, \\ 0, & a_2 \leq x < \infty \end{cases}$	1) $\forall \alpha \in (0,1], -a_2 \leq x \leq -a_1, A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) > \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \left\{x: \frac{a_2 + x}{a_2 - a_1} \geq \alpha\right\} = \{x: a_2 + x > (a_2 - a_1)\alpha\} =$ $\{x: x > (a_2 - a_1)\alpha - a_2\} = \{x: -x < a_2 - (a_2 - a_1)\alpha\} =$ $\{x: x < \varepsilon(\alpha)\}, \varepsilon(\alpha) = a_2 - (a_2 - a_1)\alpha.$ 2) $\forall \alpha \in (0,1], a_1 \leq x \leq a_2, A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \{x: \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1} > \alpha\} = \{x: a_2 - x \geq (a_2 - a_1)\alpha\} =$ $\{x: -x \geq (a_2 - a_1)\alpha - a_2\} = \{x: x \leq a_2 - (a_2 - a_1)\alpha =$ $\{x: x < \varepsilon(\alpha)\}, \varepsilon(\alpha) = a_2 - (a_2 - a_1)\alpha$ 1) ва 2) дан $A_\alpha(x) = \{x: x < a_2 - (a_2 - a_1)\alpha\}$ ҳосил бўлади
2.	$\mu(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x \leq -\frac{1}{\sqrt[k]{a}}, \\ 1 - a(-x)^k, & -\frac{1}{\sqrt[k]{a}} \leq x \leq 0, \\ 1 - a(x)^k, & 0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt[k]{a}}, \\ 0, & \frac{1}{\sqrt[k]{a}} \leq x < \infty \end{cases}$	1) $\forall \alpha \in (0,1], -\frac{1}{\sqrt[k]{a}} \leq x \leq 0, A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \{x: 1 - a(-x)^k \geq \alpha\} =$ $\left\{x: (-x)^k \leq \frac{1-\alpha}{a}\right\} = \left\{x: (-x) \leq \sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}}\right\} =$ $\{x: x < \varepsilon(\alpha)\}, \varepsilon(\alpha) = \sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}}.$ 2) $\forall \alpha \in (0,1], 0 \leq x \leq \frac{1}{\sqrt[k]{a}}, A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \{x: 1 - ax^k \geq \alpha\} =$ $\left\{x: x^k \leq \frac{1-\alpha}{a}\right\} = \left\{x: x \leq \sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}}\right\} =$ $\{x: x < \varepsilon(\alpha)\}, \varepsilon(\alpha) = \sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}}.$ 1) ва 2) дан $A_\alpha(x) = \left\{x: x \leq \sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}}\right\}$ ҳосил бўлади.

3-таъриф. $X=R$ фазода берилган тегишлилик функцияси 4-жадвалда ифодаланган бирламчи ахборот норавшан компакт бўлмаган бирламчи ахборотдир.

4-жадвал

№	Тегишлилик функцияси	Норавшан компакт бўлмаган бирламчи ахборот эканлиги исботи
1.	$\mu(x) = \sin^2 x$	$\forall \alpha \in (0,1] A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\} = \{x: \sin^2 x \geq \alpha\}.$ $\{x_n\}: x_n = \frac{\pi}{2} + \pi n.$ $\forall n \neq m x_n - x_m = \pi \cdot \text{abs}(n - m) \geq \pi.$
2.	$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{2(x-a)^2}{(b-a)^2}, & a < x \leq \frac{a+b}{2}, \\ 1 - \frac{2(x-a)^2}{(b-a)^2}, & \frac{a+b}{2} < x < a, \\ 1, & x \geq b \end{cases}$	$\forall \alpha \in (0,1] A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\};$ $\{x: x_n \geq b\}; \{x_n\}: x_n = b + y_n, y_n > 0;$ $\forall n \neq m x_n - x_m = b + y_n - b - y_m = y_n - y_m $ $ y_n - y_m > k, k < \infty.$
3.	$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x < c, \\ \{1 + [a(x-c)^b]\}^{-1}, & \text{акс холда} \end{cases}$	$\forall \alpha \in (0,1] A_\alpha(x) = \{x: \mu(x) \geq \alpha\};$ $\{x: x_n < c\}; \{x_n\}: x_n = c - y_n, y_n > 0;$ $\forall n \neq m x_n - x_m = c - y_n - c + y_m = y_n - y_m $ $ y_n - y_m > k, k < \infty.$

Таъриф исботланди.

Компакт ва норавшан компакт бирламчи ахборотларнинг хоссаларини кўриб ўтаемиз.

4-таъриф: Ҳар қандай бирламчи ахборотнинг компакт норавшан бирламчи ахборот билан кесишмаси компакт норавшан бирламчи ахборот бўлади.

Берилган $A = B \cap C$, бу ерда A, B, C – норавшан тўпламлар.

Умумийликни чекламаган ҳолда фараз қилиш мумкинки, B – норавшан компакт бирламчи ахборот. α -даражадаги A тўпламини кўриб чиқайлик.

$\forall \alpha \in (0,1], A_\alpha = \{z : \mu_A(z) \geq \alpha\} = \{z : \mu_B(z) \geq \alpha, \mu_C(z) \geq \alpha\} \subset \{z : \mu_B(z) \geq \alpha\} = B_\alpha$ – Z фазодаги компакт тўплам ва мос ҳолда, $A_\alpha - Z$ фазодаги компакт тўплам.

Демак, A – норавшан компакт бирламчи ахборот.

Чизикли тенгламалар тизимининг компакт *норавшан ечимини топиш* учун бирламчи ахборот ва норавшан тўпламлар назариясидан фойдаланиш таклиф этилди.

Адабиётлар

1. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. -М.: «Мир», 1976. –С.165.
2. Алтуний А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. -Тюмень: Изд-во Тюменского государственного университета, 2000. –С. 352.
3. Рыбкин В.А., Язенин А.В. О сильной устойчивости в задачах возможностной оптимизации. // Изв. РАН ТИСУ. 2000. №2.
4. Бекмуратов Т.Ф., Мухамедиева Д.Т. Один подход к решению некорректных задач оценки риска при нечеткой исходной информации. // Материалы Девятой Международной Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем». – Алматы: 2013. -С.2-3.
5. Мухамедиева Д.Т. Численное решение некорректно поставленных задач с применением природных алгоритмов. //Узбекский журнал проблемы информатики и энергетики. – Ташкент: 2014. №5. -С. 13-18.

РЕЗЮМЕ. Ушбу мақола чизикли тенгламалар ва уларнинг ихчамлиги учун ноаниқ ечимларни излашни ўрганади ва амалий қўллаш усуллари ва шартларини муҳокама қилади. У лойқа мантиқ, оптималлаштириш ва қарор қабул қилиш соҳаларида тадқиқотчилар ва амалиётчиларга ёрдам бериш учун назарий таҳлил ва экспериментал натижаларни тақдим этади.

РЕЗЮМЕ. В данной статье исследуется поиск нечетких решений линейных уравнений и их компактность, рассматриваются методы и условия для практического применения. Предлагается теоретический анализ и экспериментальные результаты, помогаая исследователям и практикам в области нечеткой логики, оптимизации и принятия решений.

SUMMARY. This article explores finding fuzzy solutions to linear equations and their compactness, examining methods and conditions for practical applications. It offers theoretical analysis and experimental results, benefiting researchers and practitioners in fuzzy logic, optimization, and decision-making.

ФАКТОРЫ ИЗМЕНЕНИЯ КЛИМАТА В ЮЖНОМ ПРИАРАЛЬЕ ЗА 1961-2020 ГОДЫ

Б.Ж.Нарымбетов – старший научный сотрудник

Каракалпакский научно-исследовательский институт естественных наук Каракалпакского отделения

Академии наук Республики Узбекистан

Таянч сўзлар: Жанубий Оролбўйи, иқлим ўзгариши, конвектив олиб чиқиш, аэрозоль, ҳаво ҳарорати, намлик.

Ключевые слова: Южное Приаралье, изменение климата, конвективный вынос, аэрозоль, температура воздуха, влажность воздуха.

Key words: Southern Aral Sea region, climate change, convective removal, aerosol, air temperature, air humidity.

Под термином «изменение климата» понимают колебания, выражающиеся в статистически достоверных отклонениях, параметров погоды от многолетних значений за период времени от десятилетий и более. Имеется важное расхождение в употреблении этого термина в документах Межправительственной группы экспертов по изменению климата (МГЭИК) [1] и Рамочной конвенции ООН по изменению климата (РКИК ООН) [2]. В документах МГЭИК под *изменениями климата* понимаются любые статистически существенные вариации среднего состояния или его изменчивости природного или антропогенного происхождения. Это определение отличается от предложенного РКИК ООН, где под изменениями климата понимаются только антропогенно обусловленные изменения.

В научных исследованиях принято более общее определение изменений климата – безотносительно к вызвавшим их причинам. Соответственно, при анализе климатической изменчивости и изменений климата рассматриваются две составляющие изменений климата – антропогенные изменения (вызванные человеческой деятельностью) и естественные изменения (под влиянием естественных факторов). В качестве характеристик климата при этом могут использоваться любые климатические переменные и любые базовые периоды.

Климат Южного Приаралья до 1961г. оставался относительно стабильным [3]. Аральское море до середины прошлого века являлось уникальным водоемом среди знойных пустынь Средней Азии и Казахстана. Многолетний средний уровень моря за период инструментальных наблюдений с 1911 по 1960 год был на 53 м выше нуля Кронштадтского футштока, принимаемого за точку отсчета. Площадь моря составляла 68320,5 км², наибольшая глубина 69 м, средняя - 16,1 м. Межгодо-

вые колебания уровня не превышали 0,2-0,5 м. Длина береговой линии составляла около 4430 км. На Аральском море насчитывалось более 1100 островов. Средняя соленость равнялась 10‰.

Начиная с 60-х годов XX века здесь происходят существенные и необратимые в обозримом будущем природные изменения. Площадь водной поверхности Аральского моря сократилась более чем на 2/3, первоначальный уровень моря снизился на 22 м, соленость возросла в 6-12 раз. Береговая линия отступила на 100-150 км, и осушенная площадь бывшего морского дна составила более 45 тыс. км². С нее ежегодно выдувается более 100 млн. тонн солевой пыли.

Существенные нарушения в режиме Аральского моря совпали по времени с изменениями, которые произошли в общей циркуляции атмосферы и синоптических процессах Средней Азии. И последующие годы Аральское море продолжало отступать, а в общей циркуляции атмосферы осуществлялись дальнейшие изменения, которые приводили к крупным климатическим аномалиям.

В ближнем Приаралье происходили локальные изменения климата, связанные с отходом береговой линии. Климат бывшей прибрежной зоны превращался в климат пустынь. В ближайшее время нет оснований ожидать существенных климатических изменений в сторону стабилизации.

Приаралье располагается на крайнем северо-западе зоны континентального субтропического климата. Оно подразделяется на три климатических округа [4] – Устюрт, Приаральский, Низовье Амударьи. В природно-климатическом районировании [5] Устюрт относится к Центрально-Казахстанской провинции, Южное Приаралье – к Туранской.