

8. Bednorz J.G., Müller K.A. Rev. Mod. Phys. **60** (1988) 585.
9. Alexandrov A.S. and Kornilovitch P.E. Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 807.
10. Alexandrov A.S. and Yavidov B.Ya. Phys. Rev. B **69** (2004) 073101.
11. Feshke H., Loos J., Wellein G. Phys. Rev. B **61** (2000) 8016.
12. Bonca J., Trugman S.A. Phys. Rev. B **64** (2001) 094507.
13. Trugman S.A., J.Bonç'a, L.-C.Ku. Int. J. Modern Phys. B **15** (2001) 2707.
14. Perroni C.A., Cataudella V., DeFilippis G., J. Phys.: Condens. Matter B **16** (2004) 1593.
15. Hohenadler M., Evertz H.G., W. von der Linden. Phys. Rev. B **69** (2004) 024301.
16. Yavidov B. Physica B **404** (2009) 3756.
17. Monoddeep Chakraborty, B. I. Min. Phys. Rev. B **88** (2013) 024302.
18. F.Hébert et al., Phys. Rev. B **99** (2019) 075108.
19. W.H.Sio et al., Phys. Rev. Lett. **122** (2019) 246403.
20. W.H.Sio et al., Phys. Rev. Rev. B **99** (2019) 235139.
21. E.Kaldis et al., Physica C **159** (1989) 668.
22. A.L.Cornelius, S.Klotz, J.S.Schilling. Physica C **197** (1992) 209.
23. R.Khasanov, J.Karpinski, H.Keller. J.Phys.: Condens. Matter **17** (2005) 2453.

РЕЗЮМЕ. Мақоллада панжара поларони массаси масаласи таранг кристал панжарада қаралган. Поларон массасини ҳисоблаш учун Кенгайтирилган Holstein модели қўлланилган. Кристал панжара сифатда купратларниг занжир модели қабул қилинган. Ташқи босим таъсирда купратларниг CuO_2 текислиги a - ва b - даврлари қисқарishi натижасида поларон массаси камайishi, c - даври қисқарishi эса поларон массасиниг ортishi кўрсатилган. Олинган натижалар купратларга оид таъриба натижаларини талқин қилишда ишлатилиши мумкин.

РЕЗЮМЕ. В статье рассмотрена задача о массе решеточного полярона в упругой кристаллической решетке. Для вычисления массы полярона использована расширенная модель Холстейна. В качестве решетки принята цепочечная модель купратов. Показано, что сжатие, внешним давлением, a - и b - периодов CuO_2 плоскости приводит к уменьшению, а сжатие c - периода приводит к увеличению массы полярона. Полученные результаты могут быть использованы в интерпретации экспериментальных данных по купратам.

SUMMARY. In this article is considered a problem of mass of a lattice polaron. Extended Holstein model is used in order to calculate the mass of polaron. A chain model is accepted for a lattice. It is shown that compression by external pressure a - and b - periods of CuO_2 plane gives rise a reduction of polaron's mass, while compression by external pressure c - period gives rise an increase of polaron's mass. The obtained results might be used in interpretation of experimental data on cuprates.

ЗАДАЧА С КОНОРМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА С ОДНОЙ ЛИНИЕЙ ВЫРОЖДЕНИЯ

Х.Исламов – преподаватель

Педагогический институт Термезского государственного университета

Таянч сўзлар: конормал ҳосила, бузилиш чизиги, эгри чизик, Гёльдер шарт, гипергеометрик функция.

Ключевые слова: конормальное производные, линия вырождения, краевые линия, условия Гёльдера, гипергеометрическая функция.

Key words: conormal derivatives, deterioration line, edge lines, Gelder terms, hypergeometric function.

Краевые задачи с условиями Пуанкаре или с конормальной производной для уравнения Трикоми Лаврентьева – Бицадзе Геллерстедта и более общих уравнений изучены в работах [1,10].

Краевые задачи с конормальной производной для уравнений эллиптического типа с одной линией вырождения, в случае когда на линии вырождения задается, след или производная от искомой функции а также их линейный комбинации изучении сравнительно мало. Отметим работу М.А.Усанаташвили [9]. В настоящей работе изучается краевая задача с конормальной производной для уравнения эллиптического типа с одной линией вырождения. Задача Дирихле и Неймана для вырождающегося уравнения эллиптического типа были исследованы в работах [1-2], в задача Трикоми и ее аналоги для уравнения смешанного типа с одной линией вырождения изучены работах [3, 9].

Рассмотрим уравнение

$$y^m u_{xx} + u_{yy} = 0, m = \text{const} > 0. \quad (1)$$

Пусть D -конечная односвязная область в плоскости (x, y) ограниченная при $x > 0, y > 0$ кривой σ с концами в точках $A(0,0)$ и $B(1,0)$

Отрезками AB .

Введем обозначения $J = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\}$,

$$\partial D = \overline{\sigma} \cup \overline{AB} \quad 2\beta = \frac{m}{m+2} \quad \text{причем} \quad 0 < \beta < \frac{1}{2}. \quad (2)$$

В области D уравнения (1) исследуем следующую задачу.

Задача СК. Найти функцию $u(x, y)$ обладающую следующими свойствами:

1) $u(x, y) \in C(\overline{D}) \cap C^1(D \cup \sigma \cup J)$ причем u_x и u_y соответственно могут обращаться бесконечность порядка меньше единицы в $1-2\beta$ в точках $A(0,0)$ и $B(1,0)$,

2) $u(x, y)$ - дважды непрерывно дифференцируемое решение уравнения (1) в области D ,

3) $u(x, y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$(\delta(s)A_s[u] + \rho(s)u)|_{\sigma} = \varphi(s), \quad 0 \leq s \leq l, \quad (3)$$

$$a_0(x)u_y(x,0) + \sum_{j=1}^n a_j(x)D_{0x}^{a_j} u(x,0) + a_{n+1}(x)u(x,0) = b(x) \\ , (0, x) \in J, \quad (4)$$

где $\delta(s), \rho(s), \varphi(s), a_0(x), a_j(x) (j=1, n)$

$a_{n+1}(x), b(x)$ заданные функции, причем

$$b(0) = 0, a_0(0) \neq 0$$

$$\delta^2(s) + \rho^2(s) \neq 0, \quad \forall x \in [0, l]. \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^{n+1} a_i^2(x) \neq 0 \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (6)$$

$$\delta(s), \rho(s), \varphi(s) \in C[0, l] \quad (7)$$

$$a_j(x), b(x) \in C(\overline{J}) \cap C^2(J) \quad j=0, n+1 \quad (8)$$

$$\text{здесь } A_s[\] \equiv y^m \frac{dy}{ds} \cdot \frac{\partial}{\partial x} - \frac{dx}{ds} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \quad (9)$$

$$\frac{dy}{ds} = \cos(n, x), \quad \frac{dx}{ds} = -\cos(n, y) \quad n - \text{внешняя}$$

нормаль к краевой σ , l – длина кривой σ отсчитываемая от точки $B(1,0)$, а $D_{0x}^{\alpha_j}$ -оператор (в смысле Римана - Лиувилля дробного дифференцирования порядка α_j , $\alpha_j \in (-1,0) \cup (0,1)$, $(j=1,n)$, задаваемого формулой

$$D_{0x}^{\alpha_j} f(x,0) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\alpha_j)} \int_0^x \frac{f(t)dt}{(\alpha-t)^{\alpha_j+1}}, -1 < \alpha_j < 0, \\ \frac{1}{\Gamma(1-\alpha_j)} \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{f(t)dt}{(x-t)^{\alpha_j}}, 0 < \alpha_j < 1 \end{cases} \quad (10)$$

Пусть $\alpha = \max\{\alpha_j\} (j=1,n)$ причем $\alpha \leq 1-2\beta$ (11)

Единственность решение задачи СК.

Пусть $\alpha_j \in (-1,0)$ $\delta(s) \neq 0, \forall s \in [0,1]$ имеет место

Теорема 1. Если выполнены условия (2), (5), (6) и

$$\delta(s)\rho(s) \geq 0, \quad (13)$$

$$\frac{a_{n+1}(x)}{a_0(x)} \leq 0 \quad (14)$$

$$\left[\frac{a_j(x)}{a_0(x)} \right]' \geq 0, \quad \frac{a_j(1)}{a_0(1)} \leq 0, \quad (j=\overline{1,n}), \quad (15)$$

то задачи СК в области D не может иметь более одного решения.

Доказательство Пусть $\varphi(s) \equiv b(x) \equiv 0$, тогда интегрируя по области D тождества

$$u[y^m u_{xx} + u_{yy}] = 0 \quad (16)$$

и применения формулу Грина [2]. с учётом (3) при $\delta(s) \neq 0$ имеем

$$(y^m u_x^2 + u_y^2) dx dy + \iint_D \left[\tau(x) \nu(x) dx + \int_0^1 \frac{\delta(s)\rho(s)}{\delta^2(s)} u^2 ds \right] = 0 \quad (17)$$

$$\text{где } \tau(x) = u(x,0) \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \nu(x) = u(x,0) \quad (0 < x < 1) \quad (18)$$

В силу (13) из третьего интеграла равенство (17) имеем

$$R_1 = \int_0^1 \frac{\delta(s)\rho(s)}{\delta^2(s)} u^2 ds \geq 0 \quad (19)$$

Теперь покажем, что второе слагаемое левой части равенства (17) неотрицательно. В силу (6) из (4) с учётом (18) имеем

Учитывая (19) и (23) из (17) следует, что $u_y = 0$ в D , т.е

$u = \text{const}$, $(x,y) \in D$. Отсюда учитывая $u = 0$ на σ имеем $u \equiv 0$ в $\overline{D}$.

Тем самым доказано единственность решения задачи СК при $\delta(s) \neq 0$.

Теорема 1 доказано.

Единственность решения задачи СК при $\rho(s) \neq 0$ доказывается с помощью принципа экстремума [9].

Переходим доказательству существования решения задачи СК при $\rho(s) \neq 0$.

Задача DK. Найти решение $u(x,y)$ уравнения (1) в области D из класса

$C(\overline{D}) \cap C^1(D \cup \sigma \cup J) \cap C^2(D)$, удовлетворяющие условиям (3) и $u(x,0) = \tau(x) \quad x \in \overline{J}$. (24)

где $\tau(x)$ - заданная функция причем $\tau(x)$ удовлетворяет условию Гельдера с показателем $\gamma_0 > 1-2\beta$ в интервале $(0,1)$.

Единственность решения задачи DK следует из тождества (17).

С помощью функция Грина решение задачи DK для уравнения (1) в области D представим в виде [4]. [8].

$$u(x,y) = \int_0^1 \tau(t) \frac{\partial G_3(t,0;x_0,y_0)}{\partial y} dx + \int_0^1 \frac{\varphi(s)}{\delta(s)} G_3(\xi,\eta;x,y) dS \quad (25)$$

где $G_3(\xi,\eta,x,y)$ функция Грина решение задачи DK для уравнения (1)

и её можно представить в виде [2].

$$G_3(\xi,\eta,x,y) = G_{02}(\xi,\eta,x,y) + H_3(\xi,\eta,x,y), \quad (26)$$

$G_{02}(\xi,\eta,x,y)$ - функция Грина задачи Дирихле для уравнения (1) для нормальной области D_0 , ограниченной отрезком $\overline{AB}$ в нормальной

$$\text{кривой } \sigma_0: \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{p^2} y^{2p} = \frac{1}{4}, 2p = m+2,$$

$$H_3(\xi,\eta,x,y) = \int_0^1 \mu(s;\xi,\eta) \left\{ A_3[G_{02}(\xi_1(s),\eta_1(s);x,y)] + \frac{\rho(s)}{\delta(s)} [G_{02}(\xi_1(s),\eta_1(s);x,y)] \right\} ds, \quad (27)$$

где $\mu(s;\xi,\eta)$ - решение интегрального уравнения

$$\mu(s;\xi,\eta) + \int_0^1 \mu(s;\xi,\eta) \left\{ A_3[G_{02}(\xi_1(s),\eta_1(s);x,y)] + \frac{\rho(s)}{\delta(s)} q_2(\xi_1(s),\eta_1(s);x,y) \right\} ds = -2q_2(\xi_1(s),\eta_1(s);x,y)$$

далее принимая во внимание тождеств [2]

$$D_{0x}^{2\beta-1} D^{1-2\beta} \tau(x) = \tau(x)$$

$$D_{0x}^{2\beta-1} D^{1-2\beta} \tau(x) = \cos(1-2\beta)\pi \tau(x) - \frac{\sin(1-2\beta)\pi}{\pi} \int_0^1 \left(\frac{x}{t}\right)^{1-2\beta} \frac{\tau(t)dt}{t-x}$$

$$\int_0^x (x-t)^{-2\beta} dt \int_0^1 (x+t-2tx)^{2\beta-2} \tau(z) dz = \frac{1}{1-2\beta} \int_0^1 \left(\frac{x}{z}\right)^{1-2\beta} \frac{\tau(z)dz}{x+z-2zx}$$

из (33) имеем

$$\tau(x) - \gamma_2 \int_0^1 \left(\frac{x}{t}\right)^{1-2\beta} \left(\frac{1}{t-x} - \frac{1}{t+x-2tx} \right) \tau(t) dt - \int_0^1 k(x,t) \tau(t) dt = \Phi(x) \quad (28)$$

$$\text{где } \gamma_2 = \frac{1}{\pi} \text{ctg} \beta \pi, \quad K(x,t) = \begin{cases} K_1(x,t), 0 \leq t \leq 1 \\ K_2(x,t) + K_3(x,t), 0 \leq t \leq x, \\ 0, x \leq t \leq 1 \end{cases} \quad (29)$$

$$K_1(x, t) = \frac{(1-2\beta)\gamma_2}{\gamma_1} \int_0^x (x-t)^{-2\beta} \frac{\partial^2 H_3(z, 0; t, 0)}{\partial y \partial z_0} dt \quad (30)$$

$$K_2(x, t) = \frac{(1-2\beta)\gamma_2}{\gamma_1} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\Gamma(-\alpha_j)} \int_0^x (x-z)^{-2\beta} (z-t)^{\alpha_j-1} \frac{a_j(z)}{a_0(z)} dz \quad (31)$$

$$K_3(x, t) = \frac{(1-2\beta)\gamma_1}{\gamma_2} (x-t)^{-2\beta} \frac{a_{n+1}(t)}{a_0(t)} \quad (32)$$

$$\Phi(x) = \frac{(1-2\beta)\gamma_2}{\gamma_1} \left[\int_0^x (x-t)^{-2\beta} b(t) dt - \int_0^x (x-t)^{-2\beta} dt \int_0^t \chi(s) \frac{\partial q_2(\xi(s), \eta(s); x, 0)}{\partial y} ds \right] \quad (33)$$

Переходим исследования ядра и правую часть уравнения (28)

Имеет место

Лемма [2]. При $0 < x < 1, 0 < t < 1$ имеет место неравенство

$$\left| \frac{\partial^2 H_3(t, 0, z, 0)}{\partial y \partial z_0} \right| < C_1 (x+t-2tz)^{2\beta-1},$$

где C_1 - постоянная, зависящая только от области D . В силу оценки гиперболической функции Гаусса $|K_1(x, t)| \leq C_4 x^{1-2\beta} (x+t-2tz)^{2\beta-1}$ (33)

Принимая во внимания (8), (11), из (31) и (32) получим

$$|K_2(x, t)| \leq C_5 (x-t)^{-2\beta-\alpha} \quad (34)$$

$$|K_3(x, t)| \leq C_6 (x-t)^{-2\beta} \quad (35)$$

В силу (39), (40), (41) из (35) имеем

$$|K(x, t)| \leq C_4 x^{1-2\beta} (x+t-2tz)^{2\beta-1}, 0 \leq t \leq 1 \quad (36)$$

$$|K(x, t)| \leq C_6 (x-t)^{-2\beta-\alpha} + C_6 (x-t)^{-2\beta}, 0 \leq t \leq x \quad (37)$$

Теперь оценим правую часть (28)

$$|\Phi(x)| \leq C_{11} x^{1-2\beta} B(1; 1-2\beta) + C_{10} x^{1-2\beta} \frac{\Gamma(1)\Gamma(1-2\beta)}{\Gamma(2-2\beta)} (F(1, 2\beta, 2-2\beta; x)) \quad (38)$$

В силу оценки гиперболической функции Гаусса из (35) заключаем что:

$$1. \text{ Если } 0 < m < 2, 1-4\beta > 0 \Leftrightarrow 0 < \beta < \frac{1}{2},$$

$$|\Phi(x)| \leq C_{12} x^{1-2\beta} + C_{13} x^{1-2\beta} (1-x)^{1-4\beta} \leq C_{14} x^{1-2\beta} \quad (39)$$

$$2. \text{ Если } m > 2, 1-4\beta > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} < \beta < \frac{1}{2},$$

$$|\Phi(x)| \leq C_{15} x^{1-2\beta} (1-x)^{1-4\beta} \quad (40)$$

$$3. \text{ Если } m = 2, 1-4\beta = 0 \Rightarrow \beta = \frac{1}{4},$$

$$|\Phi(x)| \leq C_{16} x^{1-2\beta} + C_{17} x^{1-2\beta} (1 + \ln|1-x|) \quad (41)$$

Из (34) имеем

$$\tau(x) - \gamma_2 \int_0^1 \left(\frac{x}{t} \right)^{1-2\beta} \left(\frac{1}{t-x} - \frac{1}{t+x-2tx} \right) \tau(t) dt = \bar{\Phi}, \quad (42)$$

$$\text{Где } \bar{\Phi} = \Phi(x) + \int_0^1 K(x, t) \tau(t) dt \quad (43)$$

В силу (7), (8) с учетом (39), (40), (42), из (43) заключаем что, функции $\bar{\Phi} \in C[0, 1] \cap C^2(0, 1)$ и равно нулю при $x = 0 (\bar{\Phi}(0) = 0)$

при $x \rightarrow 1, 0 < m < 2$, имеет конечный предел, а при $x \rightarrow 1, m > 2$ может обращаться в бесконечность порядка ниже $4\beta - 1$ (при $x \rightarrow 1, m = 2, \bar{\Phi}(x)$ функция имеет логарифмическую особенность.

Решение сингулярного интегрального уравнения (36) известным методом регуляризации Карлемана - Векуа [2], можно представить в виде

$$\tau(x) = \frac{1}{1 + \pi^2 \gamma^2} \left[\bar{\Phi}(x) + \gamma_2 \int_0^1 \left(\frac{x(1-x)}{z(1-z)} \right)^{\frac{1}{2}-\beta} \left(\frac{1}{t-x} + \frac{1}{t+x-2tx} \right) \bar{\Phi}(t) dt \right] \quad (44)$$

В силу формулы (30) уравнение (44) эквивалентно уравнению Фредгольма второго рода

$$\tau(x) - \frac{\cos \pi \beta}{2\pi} \int_0^1 K_0(x, t) \tau(t) dt = F(x) \quad (45)$$

где

$$K_0(x, t) = \frac{2\pi}{(1 + \pi^2 \gamma^2) \cos \pi \beta} \left[K(x, t) + \gamma_2 \int_0^1 \left(\frac{x(1-x)}{z(1-z)} \right)^{\frac{1}{2}-\beta} \left(\frac{1}{z-x} + \frac{1}{z+x-2zx} \right) K(z, t) dz \right] \quad (46)$$

$$F(x) = \frac{2\pi}{1 + \pi^2 \gamma^2} \left[\Phi(x) + \gamma_2 \int_0^1 \left(\frac{x(1-x)}{z(1-z)} \right)^{\frac{1}{2}-\beta} \left(\frac{1}{z-x} + \frac{1}{z+x-2zx} \right) \Phi(t) dt \right] \quad (47)$$

Разрешимость уравнения (45) следует из единственности решения задачи СК. После определения функции $\tau(x)$ из (45) решения задачи СК для уравнения (1) в области D восстановим как решение задачи (25).

Существование решения задачи $\delta(s) \neq 0, -1 < \alpha_j < 0$. доказано.

Литература

1. Holmgren E. Sur un porleme aux limites pour l'equation $y^m z_{xx} + z_{yy} = 0$. // Arkiv for mathematic, astronomy of physic. 1927. Vand 19B №14.
2. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. -М.: «Высшая школа». 1985. -С. 304.
3. Gellerstedt S. Sur un porleme aux limites pour l'equation $y^{2m} z_{xx} + z_{yy} = 0$. // Arkiv for mathematic, astronomy of physic. 1935. 25A №10. P.1-12
4. Трикоми Ф. Лекция по уравнениям в частных производных. -М.: ИЛ. 1957. -С. 192.
5. Бицадзе А.В. К теории уравнения смешанного типа, порядок которое вырождает со вдоль линии изменения типа. // «Механика сложной среды и родственные проблемы анализа». -М.: «Наука», 1972. -С.47-52.
6. Кумикова С.К. Об одной задаче с нелокальными краевыми условиями на характеристиках. // «Дифференциальные уравнения». 974, -Т.10, -С.78-88.

7. Ланин И.Н.К априорным оценкам задач Трикоми и Дирихле для одного уравнения с вырождениям типа и порядка. // «Дифференциальные уравнения». 1976. –Т.12., №.21, –С. 89-96.
8. Наджафаров Х.М. К задаче для уравнения смешанного типа Трикоми для линейного уравнения второго порядка смешанного типа. // "Дифференциальные уравнения". 1976. –Т. XII, №.4, –С. 6.
9. Усанаташивили М.А. "Сообщения АН ГССР". 1978. –Т. 90, №34, –С. 10-16.
10. Салохитдинов М.С., Уринов А.К. Краевые задачи для уравнения смешанного типа со спектральным параметром. – Ташкент: «Фан». 1997. –С. 165.

РЕЗЮМЕ. Ушбу мақолада бузилиш чизигига эга бўлган эллиптик типдаги тенглама учун конормал ҳосилалари масала ечимининг мавжудлиги ва яғоналиги исботланган.

РЕЗЮМЕ. В данной статье доказано теорема исключительности и существования решения задачи конормальной производной при ломанных линиях эллиптического уравнения.

SUMMARY. The given article proves uniqueness of the theorem and existence of the solution conormal derivatives for the types of elliptic education with broken lines.

КОРРЕКТНЫЕ МОДЕЛИ ИЗ ЛИНЕЙНОГО ЗАМЫКАНИЯ МОДЕЛИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНОК

А.В.Кабулов – доктор технических наук, профессор

А.Ф.Бабаджанов – кандидат физико-математических наук, доцент

И.Сайманов – базовый докторант

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека

Таянч сўзлар: ажратилган синфлар, оператор, алгоритм, чизикли ёпилиш, таниб олиш, матрица.

Ключевые слова: непересекающиеся классы, оператор, алгоритм, линейное замыкание, распознавание, матрица

Key words: disjoint classes, operator, algorithm, linear closure, recognition, matrix.

Введение. Мы рассмотрим классы, в которых контрольные объекты согласованы с обучающими. Пусть объекты $S_1, \dots, S_m, S_i = (a_{i_1}, \dots, a_{i_n}), i = \overline{1, n}$ образуют обучающуюся информацию J , причем объекты $S_{m_j-1} + 1, \dots, S_{m_j} m_0 = 0, m_e = m$ принадлежат классу K_j , и не принадлежат остальным классам.

Объекты $S^1, \dots, S^q, S^i = (b_{i_1}, \dots, b_{i_n}), j = \overline{1, l}, i = \overline{1, q}$ образуют контрольную выборку, причем объекты $S^{q_{j-1}+1}, \dots, S^{q_i}$ принадлежат классу K_j и не принадлежат остальным классам.

Обозначим:

$$\{S_1, \dots, S_m\} \cap K_j = K, \{S_1, \dots, S_m\} \setminus \tilde{K}_j = C\tilde{K}_j$$

$$S^1, \dots, S^q \cap K_j = K_j^1, \{S^1, \dots, S^q\} \setminus K_j^1 = CK_j^1$$

Формируем операторы $B_j, j = \overline{1, l}$

1. Для всех пар (u, v) таких, что $S_k \in C\tilde{K}_j, V = \overline{1, K}$ полагаем, $\varepsilon_{uv} = 0, P_{uv} = \gamma_{uv} = \delta$

2. Рассмотрим произвольный контрольный объект $S^t \in K_j^1$

По определению согласованной с обучением контрольной выборки для каждого $S^r \in K_j$ найдется такая пара

$$(S_k, W), S_k \in K_j, 1 \leq W \leq n, \quad \text{что}$$

$$p_w(a_{kw}, b_{tw}) < p_w(a_{kw}, b_{rw})$$

Для пары (k, w) полагаем:

$$p_{kw} = N, \gamma_{kw} = N$$

$$\varepsilon_{kw} = \frac{1}{2} (p_w(a_{kw}, b_{tw}) + p_w(a_{kw}, b_{rw}))$$

Очевидно

$$p_w(a_{kw}, b_{tw}) < \varepsilon_{kw} < p_w(a_{kw}, b_{rw})$$

Включим в опорное множество все пары (k, w) для всех $S^r \in K_j^1$

Мы определили вспомогательный оператор $B_j^t, 1 \leq j \leq l, S^t \in K_j^1$

$$B_j = \sum_{S^t \in K_j^1} B_j^t, j = \overline{1, 2, \dots, l} \text{ и оператор } B = \sum_{j=1}^l B_j$$

Нам требуется изучить в какую числовую матрицу переводит оператор B задачу Z , с обучающей выборкой $S_1, \dots, S_m$ и контрольной выборкой $S^1, \dots, S^q$. [1] Оценка элементов этой матрицы будет производиться последовательно по шагам построения оператора B . Первый шаг состоит в формировании оператора B_j^t .

$$1 \leq j \leq l, S^t \in K_j^1$$

$$\text{Пусть } B_j^t(Z) = \left\| \Gamma_{\alpha\beta}(j, t) \right\|_{q \times l}$$

Нами доказана

Теорема 1: Алгоритм $A = B \cdot C(C_1, C_2)$ с пороговым решающим правилом C и оператором $B = \sum_{j=1}^l B_j, B_j = \sum_{S^t \in K_j^1} B_j^t$, где операторы B_j^t являются операторами вычисления оценок, корректен для задачи $Z = \{S_1, \dots, S_m, \left\| \alpha_{ij} \right\|_{m \times l}, S^1, \dots, S^q\}$.

Каждый из операторов B_j задается набором числовых параметров ε_{uv}, P_{uv} , где $u = \overline{1, m}, v = \overline{1, n}, m$ – число объектов в обучающейся выборке, n – число признаков участвующих в описании объектов, то есть совокупностью $3nm$ числовых параметров.

Из всего сказанного выше следует, что при описанном выборе параметров N , матрица $\left\| \beta_{ij} \right\|_{q \times l}$, в которую переводит задачу Z алгоритм $A = B \cdot C(C_1, C_2)$. Здесь оператора B через элементарные операторы имеет вид $B = \sum_{j=1}^l \sum_{S^t \in K_j^1} B_j^t$ то, есть оператор B принадлежит линейному замыканию введенных ранее семейств алгоритмов вычисления оценок. Из представления оператора B видно, что он определяется суммой q элементарных операторов, таким образом оператор B кодируется набором $3 \cdot n \cdot m \cdot q$ чисел [2-5].