

увеличения астрономических знаний учащихся и студентов. Также, разработанные методические рекомендации имеют особое значение при изучении астрономии в междисциплинарном характере.

SUMMARY

This article provides guidelines for studying the topic "Scientific and creative approach to the study of the topic of the Sun in astronomy in higher pedagogical educational institutions." The given guidelines serve to increase the astronomical knowledge of pupils and students. Also, the developed guidelines have a special place in the study of astronomy in interdisciplinary character

ВЕКТОР ТУШУНЧАСИНИНГ КЕЛИБ ЧИҚИШИ ВА УНИНГ МАКТАБ КУРСИ МАТЕМАТИКАСИГА ТАТБИҚИ

С.Т.Сейтмуратов – таянч докторант

Ажсиниёз номидаги Нукус давлат педагогика институтини

Таянч сўзлар: вектор тарихи, комплекс сонлар, тригонометрия, вектор, параллелограмм, вектор усули.

Ключевые слова: история вектора, комплексных чисел, вектор, параллелограмм, векторный метод.

Key words: history of vector, complex numbers, trigonometrie, vector, parallelogram, vector method.

Математикада скаляр ва вектор микдорларни қўллаш масалалари катта аҳамиятга эга. Скаляр микдордан фойдаланган ҳолда йўналтирилмаган кесмалар устида бажариладиган арифметик амалларни Евклиднинг тадқиқот ҳам қўришимиз мумкин бўлади. Бу тушунча геометрияни алгебра тилига татбиқи дастлабки қадамлари бўлиб ҳисобланади. Лекин математикада скаляр микдорлардан бошқа вектор микдорларни ҳам қўллаш эҳтиёжлари келиб чиқди.

Масалан, физикада тезлик, тезланиш, куч ва в.х. микдорларни математика тилига киритиш керак бўлди. Буларни йўналтирилган кесма сифатида математик тилга татбиқ қилиш орқали уларга мўлжалланган масалаларни тушунтириш бир мунча қулайликларни келтириб чиқаради. Шунинг учун (шу сабабдан), математикага вектор тушунчасини киритиш аҳамиятли бўлиб қолди. Йўналтирилган кесмалар устида амалларнинг келиб чиқиши узок ўтмишга бориб тақалади.

Қадимги Грецияда пифагорчилар даврий ўнли касрлар билан ифодаланмайдиган ($\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, ...) иррационал сонларни топиб, ҳар бир микдорни рационал сонлар билан ифодалаб бўлмайдиган деган ечимга келган. Натижада шу давр математиклари, арифметика ва алгебра масалаларини геометрик усулда ечишга ҳаракат этдилар [6:32]. Шундай қилиб, Евдокс (б.э. 408-355-йиллар) нисбатларнинг геометрик назариясига, кейинчалик «геометрик алгебра»га асос солинди.

1587 йилда олим С.Стевиннинг (1548-1620) «Статистиканинг бошланиши» илмий иши голланд тилида чоп этилган. Шу асарда муаллиф «90° бурчак билан тўсир этувчи кучнинг йиғиндисининг якуини топишда «кучлар параллелограмми»дан фойдаланиш керак» деган хулосага келади [8:118]. Стевин кучларни кўрсатиш учун йўналишни кўрсатувчи белгини киритди. Бошқача айтганда, С.Стевин бир-бирига перпендикуляр икки векторнинг қўшилишини биринчи бўлиб киритди. Бундан ташқари, «Статистика асослари» асарида Стевин ва «Механика»да Валлис (1616-1703) кучлар, тезлик ва тезликни ифодалаш учун қўлланилган йўналтирилган кесмаларни қўшиш учун параллелограмм ва параллелепипед қоидаларини ишлаб чиқди. [7:258].

XVI асрнинг сўнги XVII асрнинг бошларида Леонардо да Винчи, Галилео Галилей ва боша олимлар ўзларининг меҳнатларида йўналтирилган кесмаларни қўлланади [7:225]. Шунингдек, немис астрономи ва математиги Иоганн Кеплер планеталарнинг ҳаракат қонунини тадқиқотида йўналтирилган кесма тушунчасидан фойдаланган. Бу ерда йўналтирилган кесманинг дастлабки нуктаси Қуёш, сўнги нуктасини ҳаракатланувчи планеталар деб олган. Лекин, уларнинг ишларида вектор ва улар устида бажариладиган амаллар тушунчаси тўлиқ қўлланилмаган эди [2:89].

Асосан XVII асрда Стевин параллелограмм ва геометрик механикани вектор тушунчасининг асосий манбалари қўринишида тилга олади. Бизга маълум, XIX асрнинг ўрталарида оддий комплекс сонлар назариясини уч ўлчамли фазода умумийлаштиришга уринишлар-

дан векторли ҳисоблаш пайдо бўлди. Шунинг учун, комплекс сонлар алгебраси векторли ҳисоблашнинг тарихий ривожланишнинг иккинчи босқичи деб ҳисобланади.

Замонавий вектор ҳисобининг маъносига яқин геометрик ҳисобни яратиш фикри биринчи бўлиб 1679-йилда Лейбниц томонидан Гюйгенска ёзган хатларнинг бирида айтиб ўтилган [7:247].

Тарихий жиҳатдан векторли ҳисоблашнинг ривожланишининг асосан уч йўлини қўриш мумкин. Булар геометрик-кесмаларни ҳисоблаш, физик-табиий илмларда учрайдиган вектор микдорларни ўрганишда, алгебрик-замонавий алгебра яратишда операция тушунчасини кенгайтиришлар ҳисобланади.

Вектор тушунчасининг тўлиқ математикага татбиқи XIX асрга келиб тўлиқ шакллантирилди.

Йўналтирилган кесмалар устида бажариладиган амаллар бўйича дастлабки тушунчалар Норвегияли олим Весселнинг «Текис ва сферик кўпбурчаклар бўйича масалалар ечишда йўналиш тушунчасининг аналитик кўрсатилиш тажрибаларининг аҳамияти» номли мақоласида айтиб ўтилган. Йўналтирилган кесмаларнинг янги усулини қўллашда Вессел биринчи навбатда тригонометрияни қўлади. Агар биз бирлик айланани олсак, у вазиятда r радиуснинг ортогонал проекциялари, дастлабки радиуси билан α бурчак ясаб, $\cos\alpha$ ва $\sin\alpha$ бўлиб, мос равишда $z=\cos\alpha+i\sin\alpha$ бўлади. Бундан сўнг, йўналтирилган кесмалар кўринишида комплекс сонларни киритди. У комплекс сонлар устидаги амаллар асосида йўналтирилган кесмаларни кўпайтириш ва бўлиш амалларини тақлиф қилди. Шундай қилиб, $z_1=r_1(\cos\alpha+i\sin\alpha)$, $z_2=r_2(\cos\beta+i\sin\beta)$ шаклида кўрсатилган z_1 ва z_2 йўналтирилган кесмаларни кўпайтириш натижасида $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 (\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta))$ йўналтирилган кесмага келишини кўрсатади ва комплекс сонлар учун формулани қўланади. Бу ерда, z_1 кесмани β бурчагига бурилади ва унинг r_1 узунлиги r_2 сонга кўпайтирилади [7:233].

Текисликда вектор алгебрасини Вессел деярли ҳозирги кундаги дарслигимизда кўрсатилгандек этиб қуради [2:89]. Шунингдек, Вессел биринчи текислик ҳамда фазода тизимли ва тўғри (корректное) геометрик ҳисоблашни яратади. Унинг компланар вектор алгебраси, ўзгаришларсиз ўз аҳамиятини ва қўлланилиши ҳозиргача сақланиб қолган [7:240].

Лейбниц Р.Декартнинг координаталар системаси, унинг геометрия ва алгебрани бирлаштирган бирдан-бир математик концепциясига асосланган табиий фанлар математикаси ҳақидаги фикрларини ривожлантириб, у йўналтирилган кесмаларни, уларнинг узунликларини ва улар орасидаги бурчакларни

ўрганадиган геометрик ҳисоблаш ҳақида айтади. Бу фикр кўплаб геометрик ишларнинг бошланиш нуктасига айланди. Буни проектив геометрия ва топологиянинг баъзи бир асосий ғояларини илгари сурган Л.Карнонинг 1803 йили нашр этилган «Ерларни ўлчашда тайёргарлик кўраётганлар учун позицион геометрия» номли мақоласида тасдиқлайди. Карнонинг китоби вектор ҳисоблашнинг тарихида аҳамиятли ўрин эгаллайди. Карно у ерда геометрик микдор тушунчасини киритиб, асосан, йўналтирилган кесмани назарда тутди ва ориентацияланган фигуралар яъни, асосан, кесмалар устида иш олиб борган. Бундан олдин мусбат ва манфий кесмалар фақатгина бир тўғри чизик устида кўриб чиқилган. Карно ҳар хил йўналишга эга бўлган кесмаларни киритган ва асосан вектор ҳисоблашга йўл очди. Весселнинг ишларидаги йўналтирилган кесмалар устида тизимли равишда бажариладиган амаллар Карнода деярли учрамайди. [7:242]. Шундай қилиб, уларнинг «тажрибаси» вектор ҳисоблашнинг ривожланишига ҳеч қандай таъсир кўрсатмади. Сабаби, олимлар бир аср давомида унинг ишига эътибор қаратган йўқ эди. Карно геометрик микдор тушунчасини XIX аср бошларида ривожланган математикада фойдалана бошлаган. Карно геометрияда йўналтирилган кесмаларни қўлланишга мисол сифатида у тригонометриянинг асосий формулаларини асосий кўринишини ва аргумент 0° дан 360° га ўзгарганда тригонометрик функциялар ифодаларини ўзгартириш қонунини асослашни таклиф қилди. Бунда Карнонинг фикрлари яққол, аниқ ва ишонарли кўринишда берилди. Бу илмий иши шу даврдаги олимлар томонидан тан олинган биринчи вектор тригонометрияни татбиқ қилиш эди. У томонидан киритилган баъзи бир атамалар ва белгилар, асосан векторларни тепасини чизиб белгилаш $(\overline{AB}, \overline{C})$ ҳозирги кунгача сақланиб қолинган. Қизиғи шундаки, векторларни чизик билан белгилашни Карно, йўналиш белгиси « $\rightarrow$ » билан белгилашни, шунингдек, «Радиус вектор» атамасини ва унинг $\vec{r} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$ кўринишда ифодаланишини Коши таклиф этди. Вектор узунлигини $\overline{AB}$ орқали белгилаш Ганс томонидан киргизилган [1:16].

Шунингдек, француз математиги Луи Пуансоннинг (1777-1859) 1803-йилда нашр қилинган «Статистика элементлари» китобида ҳар хил йўналишларда ҳаракат қилаётган кучларни кўриб чиқишда фойдаланадиган вектор назариясини ишлаб чиқади [8:187].

Карнонинг йўналтирилган кесмалар бўйича ишларини А.Мебиус давом эттириб, $\overline{AB}$ кесмадаги бошланғич ва охирги нукталарнинг ўрнини белгилаб берди. Шундай қилиб, вектор тушунчаси математикага татбиқ қилиб борилди [2:91].

Швейцариялик математик Жан Арган (1768-1822) Карно ғоясининг таъсири остида 1806-йилда «Геометрик ясашларда ҳаёлий микдорларни тасвирлаш усули ҳақида тажриба» номли асарида ёзган. У ерда Арган ясашга бағишланган масалаларни ечишда йўналтирилган кесмаларни яхши фойдалана билишди ва йўналтирилган кесмани «йўналтирилган чизик» деб атади. Арган ўқларга йўналтирилган кесмаларни кўшиш жараёнини чуқур ўрганди ва шундай яқунга келади: «Йўналтирилган кесмаларнинг йиғиндиси ҳар бирининг боши аввалгисининг охирига тўғри келади,

ҳамиша унинг боши биринчисининг бошига ва охири эса сўнгисининг охирига тўғри келади:

$$\overline{AM} + \overline{MN} + \overline{O\ldots} + \ldots + \overline{\ldots S} + \overline{ST} + \overline{TB} = \overline{AB} .»$$

Текисликда ихтиёрий йўналишдаги кесмаларни кўшиш амали кам аниқликлар билан ўрганилган эди. Арган ўзининг «кучлар параллелограммаси» қонуни билан бошқа йўналтирилган кесмаларнинг йиғиндиси сифатида умумий йўналишга эга кесмани ифодаловчи $\overline{KP} = \overline{KN} + \overline{NP}$ ёки $\overline{KP} = \overline{KM} + \overline{MP}$ мисоллар билан чекланиб қолади. Карно $a + b\sqrt{-1}$ шаклидаги микдорни «комплекс» деб атади. Арган уларни йўналтирилган кесмалар кўринишида ифодалаб берди ва улар учун «модуль» тушунчасини киритди [7:266].

Шу даврда М.Бюэ, Дж.Уоррена ва бошқаларнинг рисоалари пайдо бўлди. У ерда алгебрик тушунчаларни умумийлаштиришга уринишлар, «сонлар», «микдорлар», комплекс сонларни ва йўналтирилган кесмаларни қамраб оладиган даражадаги ишлар амалга оширилди. Шунга мос равишда, алгебраик амал тушунчаси узвийлик принципага қараб кенгайтирилди [7:274].

Текисликда вектор ҳисоблашларни биринчи бўлиб, италиялик олим Беллавитис ишлаб чиқди. Бу ҳисоблашларда амаллар объекти кесмалар бўлган. Бундан ташқари, Гаусснинг «Биквадратик қолдиқлар назарияси» асари нашр қилингандан сўнг, Арган ва Весселнинг комплекс сонларни геометрик таҳлил қилиш ёки вектор кўринишида кўрсатиш ишлари ўқувчилар орасида намаён бўлди.

1828-йилда манфий ва комплекс сонлар алгебрасини шакллантириш муамосини француз олими Мурейнинг ишларида ҳам кўришимиз мумкин. Мурейнинг «Тескари микдорлар ва ҳайолий микдорларнинг ҳақиқий назарияси» номли китобида векторлар тенглиги, озод вектор, ноль вектор тушунчаси, векторларнинг йиғиндиси ва айирмаси, қарама-қарши йўналтирилган векторлар, вектор модули, векторнинг скаляр микдорга кўпайтмаси тушунчаларини аниқ шакллантирди. Векторлар йиғиндисининг ассоциативлиги, коммутативлиги скаляр микдорга ўхшашлиги аниқ ифода қилинган. Замонавий руҳдаги текисликдаги координаталар системасини вектор кўринишида киритади.

1835-йилда Ж.Белавитис ўзининг «Эквивалентлик назарияси»да озод вектор тушунчасини киритди. Бу ерда у узунликларни тенг ва бир хил йўналтирилган кесмалар тўпламини вектор деб тушунган [7:285].

Вектор тушунчасининг янада ривожланиши У.Гамильтон ва Г.Грассман томонидан гиперкомплекс сонлар бўйича олиб борган изланишларидаги ишлари билан боғлиқ. Гамильтон биринчилардан бўлиб, комплекс сонлар алгебрасини кетма-кет маълум қилди ва уни кватернион сонлар алгебрасига умумийлаштирди. Шунинг натижасида ҳозирги замон вектор ҳисоблашларни ривожлантирди. Гамильтон биринчи бор «вектор» атамасини қўллашни ва уч ўлчамли фазода векторлар билан ишлашни бошлашди. Вектор алгебра ва вектор таҳлилнинг асослари Гамильтон томонидан биринчи бор кватернион ҳақидаги маърузаларида «скаляр» ва вектор атамалари пайдо бўлди. Шу ерда скаляр кўпайтма ва вектор кўпайтма атамалари ҳам учрашади. У таёкча деб номланган векторларни лотин алифбосининг йўғон

харфлари билан белгилади. Векторларнинг скаляр кўпайтмасини $(\vec{a}, \vec{b})$ у ички кўпайтма деб, вектор кўпайтмани $[\vec{a}, \vec{b}]$ ташки кўпайтма деб атаган.

Грассман векторларни «кесмалар» деб атади. У координата ўқлари орқали йўналтирилган бирлик векторларни e_1, e_2, e_3 ва векторнинг $x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3$ кўринишда белгилашни киритди. [7:92]

Грассман деярли бир вақтнинг ўзида, Гамильтондан алоҳида вектор тушунчасига ўз ишларида тadbик қилади. У 1844-йилда геометрик руҳда ёзилган «Давомийлик ҳақидаги таълим» номли асарида векторли ҳисоблаш асослари ҳақида айтади. У ерда биринчи бўлиб n-ўлчовли евклид фазоси ҳақида таълим баён қилинган. Бугунги кундаги i, j, k векторларни таълимга Гамильтон киритган [1:16].

Кватернионлар назариясини математик ва физик П.Тэт (1831-1901) ишлаб чиқди ва ривожлантирди. Тэтнинг 1867 йилдаги «Кватернионлар назарияси ҳақидаги муаммолари» илмий мақоласида биринчи бўлиб аналитик геометриянинг асосларида векторларни кўргазмалар шаклида тақдим этди. «Тўғри чизик ва текислик геометрияси» бобида Тэт ҳозирги дарсликда киритилган муаммоларни тақдим этди. Бу ерда берилган икки нукта орқали ўтувчи тўғри чизик тенгламасини тузиш, берилган нуктадан текисликка туширилган перпендикулярнинг узунлигини топиш масаласини, берилган тўрт нуктанинг бир текисликда ётиш шартини аниқлаш в.х. масалаларда векторларни қўлланди [8:218].

XIX асрнинг иккинчи ярмида векторли ҳисоблашлар ғояси асосан, физика соҳасида ишлаб чиқилди. Шу даврда илмга катта ҳисса қўшган буюк француз механик олими Сен-Венан, Валлис ва Стевин ишларига асосланиб, «Геометрик йиғиндилар ва айирмалари тушунчаларини, механикани оддий тилда тушунтиришда қўлланишлари ҳақида»ги асаридаги йўналтирилган кесмаларни қўшиш ва айириш назариясини ишлаб чиқди. Шунингдек, у замонавий

физикада кенг қўлланадиган қулай математик асбоб яратади [3:9].

Лекин, XIX асрнинг охирида америкалик физик, химик, термодинамика ва статистик механиканинг асос солувчиларидан бири Ж.Гиббс томонидан векторларнинг ҳозирги замонавий кўринишдаги шаклини тақдим этган. У ўзининг «Вектор таҳлил элементлари» асарида ва инглиз физиги О.Хевисайд «Электромагнит назарияси» асарларида Грассман ғояларидан фойдаланди.

О.Хевисайд векторни катта ҳарфлар билан белгилашни тақлиф қилди. Шунингдек у $\vec{a}$ векторнинг компонентларининг a_1, a_2, a_3 орқали белгиланишини тўғри деб ҳисоблади. XIX асрнинг охирига келиб, вектор ҳисоблашнинг ривожланишнинг уч йўли яъни геометрик, физик ва алгебрик йўллари бирлашди. XIX аср охиридан бошлаб ва XX асрда вектор ҳисоблаш электромагнит майдон ва гидродинамика назариясида мунтазам равишда қўлланилган. У назарий механика, шунингдек аналитик ва дифференциал геометрияда ҳам қўллана бошлади.

Турли даврларнинг математиклари ишлаган катта ишларга қарамасдан, вектор ҳисоблаш олий ва ўрта таълимга катта қийинчиликлар билан кириб келди. Инглиз олими В.Томпсон вектор усулини ўрганишга қарши бўлган, бу усул математик ва физик принципларни «шифрлайди», «масалаларнинг маъносини яширади» деб ҳисоблаган. У вектор формулаларни координаталар усулида ёзиш тўғри деб ҳисоблади. Профессор П.О.Сомовнинг «Вектор таҳлил ва унинг қўлланиши» номли китобида камчиликлар бор эди, лекин методик томондан аниқ бўлиб, бу қўлланма узоқ вақт давомида қўлланилган.

Вектор усулининг ривожланиши рус математиги Я.С.Дубнованинг 1931 йилги «Векторли ҳисоблаш асослари. Вектор алгебраси» китоби етакчи роль ўйнади. Бу ерда муаллиф векторлар алгебрасининг янги амаллар бўйича хоссаларини исботлади.

Адабиётлар

1. Александрова Н.В. Математические термины. –Москва: «Высшая школа» 1978, –С. 195.
2. Глейзер Г.И. История математики в школе 9-10 классов.: Пособие для учителей. –М.: «Просвещение», 1983.
3. Глейзер Г.И. История математики в школе –М.: Пособие для учителей. –М.: «Просвещение», 1964.
4. Дубнов Я.С. Основы векторного исчисления. –Москва: 1950. Ленинград
5. Дорофеева А.В. Из истории векторного исчисления. // «Математика в школе». 1998. №2.
6. Кокурина Ю.К. Курс лекций по истории математики. Владимир 2014. –С.183.
7. Рыбкина Г.Ф., Юшкевича А.П. Историко-математические исследования. –Москва: 1963. –С. 480.
8. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. –Москва: «Наука» 1990, –С. 256.

РЕЗЮМЕ

Мақолада математика фани ва таълимда вектор ҳисоблашнинг ривожланишининг тарихий жиҳатлари муҳокама қилинди. "Вектор" тушунчасини аниқлашга турли хил ёндашувлар очиб берилган. Вектор методини ўқитишнинг мақсадлари таҳлил қилинади.

РЕЗЮМЕ

В статье рассмотрены исторические аспекты развития векторного исчисления в математической науке и образовании. Выявлены различные подходы к определению понятия «вектор». Проанализированы цели обучения векторному методу.

SUMMARY

The article discusses the historical aspects of the development of vector calculus in mathematical science and education. Different approaches to determining the concept of "vector" are revealed. The objectives of vector method teaching are analyzed.