

TRIGONOMETRIYALÍQ TEŃLEMELERDI SHESHIWDE AYÍRÍM KORENLERDÍŃ JOǴALÍP KETIW JAǴDAYLARÍN ANÍQLAW USÍLLARÍ

N.Djumabaev – pedagogika ilimleriniń kandidatu, docent

Ájiniyaz atındaǵı Nókis mámleketlik pedagogikalıq institutu

S.T.Qalekeeva – matematika pání oqıtıwshısı

Nókis qalalıq №3 mektep

Tayanch so`zlar: tenglama, aniqlanish sohasi, tenglama ildizlari, almashtirish, trigonometrik ifoda.

Ключевые слова: уравнение, поле определения, корни уравнений, подстановка, тригонометрическое выражение.

Key words: equation, field of definition, roots of equations, substitution, trigonometric expression.

Trigonometriyalıq teńlemelerdi sheshiwde paydalanatuǵın ayırım trigonometriyalıq ańlatpalardıń tómendegi formulalarında sol jaǵınıń anıqlanıw oblastı menen oń jaǵınıń anıqlanıw oblastı hár qıylı ekenin kóriwge boladı:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} \quad (3)$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \quad (4)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha} \quad (5)$$

(1) hám (2) formulalarınıń sol jaǵı α hám β nıń $\alpha \pm \beta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$, al oń jaǵı $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, \beta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, \alpha \pm \beta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$ mánislerinde anıqlanadı

(3) formulanıń sol jaǵı $\alpha \neq \frac{\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$, al oń jaǵı $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, \alpha \neq \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ mánislerinde anıqlanadı.

(4) formulanıń sol jaǵı $\alpha \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$, al oń jaǵı

$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, \alpha \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$ hám (5) formulanıń sol jaǵı

$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$, al oń jaǵı $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, \alpha \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$ mánislerinde anıqlanadı.

Trigonometriyalıq teńlemelerdi sheshiw barısında joqarıda analiz etilgen formulalardan paydalanıp teńlemelerdiń sol jaǵın oń jaǵı menen almashtırıwda olardıń oń jaǵınıń anıqlanıw oblastı sol jaǵınıń anıqlanıw oblastı menen almasqanı sebepli teńlemeniniń ayırım korenleri joǵalıp ketedi, máselen teńlemelerdi (1)-(4) formulardan paydalanıp sheshiwde, $\alpha = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$, al (5) formuladan paydalanıp sheshiwde, $\alpha = n\pi, n \in \mathbb{Z}$, túrindegi sheshimler joǵalıp ketedi.

Ulıwma aytqanda, trigonometriyalıq teńlemelerdi sheshiwde (1)-(4) formulardan paydalanılsa $\alpha = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$, al (5) formuladan paydalanılsa $\alpha = n\pi, n \in \mathbb{Z}$, sheshimlerin berilgen teńlemege qoyıp tekserip kóriw kerek.

Bul ayılǵanlardı anıq mısallarda kórip óteyik:

1-misal. Teńlemenini sheshiń

$$1 + \operatorname{ctg}x = \operatorname{tg}\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)$$

Sheshiw. Bul teńlemenini (1) hám (4) formulalardan paydalanıp tómende- gishe túrlendirip sheshemiz:

$$1 + \operatorname{ctg}x = \operatorname{tg}\left(x + \frac{3}{4}\pi\right) \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{\operatorname{tg}x} = \frac{\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}\frac{3}{4}\pi}{1 - \operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tg}\frac{3}{4}\pi} \Leftrightarrow \frac{1 + \operatorname{tg}x}{\operatorname{tg}x} = \frac{\operatorname{tg}x - 1}{1 + \operatorname{tg}x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg}x = y \\ \frac{1+y}{y} = \frac{y-1}{1+y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg}x = y \\ (1+y)^2 = y(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg}x = y \\ y^2 + 2y + 1 = y^2 - y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg}x = y \\ 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg}x = y \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \operatorname{tg}x = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Berilgen teńlemege $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$, mánisin qoyıp kóreyik:

$$1 + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \pi n + \frac{3}{4}\pi\right) \Rightarrow 1 + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \operatorname{tg}\frac{5\pi}{4} \Rightarrow 1 = \operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 1 = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} \Rightarrow 1 = 1$$

Demek, $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$ mánisi berilgen teńlemenini qanaatlendıradı, olay bolsa bul mánis berilgen teńlemeniniń koreni boladı.

Juwabı. $x_1 = -\arctg \frac{1}{3} + \pi n, x_2 = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

2-mısal. Teńlemenı sheshiń

$$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} 2x + 1$$

Sheshiw. Bul teńlemenı (2) hám (3) formulalardan paydalanıp tómendegishe túrlendirip sheshemiz:

$$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} 2x + 1 \Leftrightarrow \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}} = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} + 1 \Leftrightarrow \frac{\operatorname{tg} x - 1}{1 + \operatorname{tg} x} = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = y \\ \frac{y-1}{1+y} = \frac{2y}{1-y^2} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = y \\ \frac{(y-1)^2}{(1+y)(1-y)} = \frac{2y+1-y^2}{(1+y)(1-y)} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = y \\ \frac{y^2 - 2y + 1}{(1+y)(1-y)} = \frac{2y+1-y^2}{(1+y)(1-y)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = y \\ 2y^2 - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = y \\ 2y(y-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = y \\ \begin{bmatrix} y = 0 \\ y = 4 \end{bmatrix} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = 0 \\ \operatorname{tg} x = 4 \end{cases}$$

Tabılǵan bul mánislerdi teńlemege qoyıp kóremiz:

1. $\operatorname{tg} x = 0$ bolsa, $\frac{0-1}{1+0} = \frac{0}{1-0} + 1 \Rightarrow -1 = 1, \operatorname{tg} x = 0$ koren emes.

2. $\operatorname{tg} x = 4$ bolsa, $\frac{4-1}{1+4} = \frac{8}{1-4} + 1 \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{5}{-3}, \operatorname{tg} x = 4$ koren emes.

Demek, berilgen teńleme sheshimge iye emes.

Endi berilgen teńlemege $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$, mánisin qoyıp kóremiz:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \pi n - \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} 2\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) + 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \operatorname{tg} \pi + 1 \Rightarrow 1 = 1$$

$x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$, mánisi berilgen teńlemenı qanaatlandıradı.

Demek, berilgen teńleme $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$ sheshimine iye.

Juwabı. $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in Z$.

3-mısal. $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$ teńlemesın sheshiń

Sheshiw. Bul teńlemenı (5) formuladan paydalanıp tómendegishe túrlendirip sheshemiz:

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x \Leftrightarrow \frac{1}{\operatorname{ctg} x} = \operatorname{ctg} x \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{ctg}^2 x = 1 \\ \operatorname{ctg} x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{ctg} x = \pm 1 \\ \operatorname{ctg} x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{ctg} x = 1 \\ \operatorname{ctg} x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n \\ x = \frac{3}{4}\pi + \pi n \end{cases}$$

Berilgen teńlemege $x = n\pi, n \in Z$, mánisin qoyıp kóremiz:

$$\operatorname{tg} \pi n = \operatorname{ctg} \pi n \Rightarrow \operatorname{tg} \pi \neq \operatorname{ctg} \pi$$

Demek, berilgen teńleme $x = n\pi, n \in Z$, mánisinde sheshimge iye emes.

Juwabı. $x_1 = \frac{\pi}{4} + n\pi, x_2 = \frac{3}{4}\pi + n\pi, n \in Z$.

Ádebiyatlar

1. Alixanov S. «Matematika o`qitish metodikasi». -T.: «O`qituvchi», 2008.
2. Abdixamedov A.U., Nasimov N.A., Nosirov U.M., Xusanov J.N. Algebra hám matematikalıq analiz tiykarları 2-bólim. -Nókis: «Bilim» 2005.
3. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. “Практикум по элементарной математике” –М.: “Просвещение”, 1991.

PE3IOME

Maqolada trigonometrik tenglamalarni echishda ba'zi yechimlarining yoqolib ketishini aniqlash usullari keltirilgan. Trigonometrik tenglamalarni yechishda foydalaniladigan ayrim trigonometrik bildirishlarning quyidagi formulalarida chap tomoni aniqlanishi nuqtasi bilan o'ng tomoni aniqlanuvchi nuqtasi har xil ekanligini ko'rish mumkin.

PE3IOME

В статье приведены способы решения некоторых тригонометрических уравнений при потере корней. В следующих формулах тригонометрических уравнений видно, что области левого и правого различны.

SUMMARY

The article describes methods for solving some trigonometric equations for root loss. In the following formulas of trigonometric equations, you can see that the areas of the left and right are different.

ASTRONOMIYA KURSÍN XABAR – KOMMUNIKACIYALÍQ TEXNOLOGIYALARI ORTALÍĞÍDA OQÍTÍW METODIKASI (Ulıwma astronomiya bólimin oqıtıw misalında)

K.Embergenova – *assistent oqıtıwshı*

Ájiniyaz atındaǵı Nókis mámleketlik pedagogika institutı

Tayanch so'zlar: astronomiya, axborot-kommunikatsion texnologiya, Veb sahifa, talaba, simulyator, Quyosh, spektr.

Ключевые слова: астрономия, информационно-коммуникационные технологии, Веб страница, студент, симулятор, Солнце, спектр.

Key words: astronomy, information and communication technology, web page, student, simulator, sun, spectrum.

Mámleketimizde xabar texnologiyaları tarawında kadrardı tayarlaw sistemasın jetilistiriw «Cifrlı Ózbekstan – 2030» strategiyasın nátiyjeli ámelge asırıw, cifrlı texnologiyalardı rawajlandırıw hám xalıqtıń kúndelik turmısına engiziwdi támiyinlewdiń áhmiyetli shártlerinen biri bolıp esaplanadı.

Xabar texnologiyalardıń oqıtılıwın sıpat jaǵınan jańa basqıshqa kóteriń, miynet bazarınıń maman IT - qániygerge bolǵan talabın qanaatlardıń, sonday-aq 2017-2021 jıllarda Ózbekstan Respublikasın rawajlandırıwdiń bes áhmiyetli baǵıtı boyınsha Háreketler strategiyasında «Ilim, máriypat hám cifrlı ekonomikanı rawajlandırıw jılı»nda ámelge asırıwǵa tiyisli mámleketlik dástúrde belgilengen wazıypalardıń orınlanıwın támiyinlew maqsetinde:

- talabalardıń dóretiliwshiliginin rawajlanıwı ushın sharayatlar jaratıw, sonıń menen birge «Bir million dástúrshi» joybarın oqıw dástúrlerine integraciya qılıw arqalı talabalardı xabar texnologiyaların hám kompyuterde dástúrlew tiykarınıń tereń oqıtılıwın talap etiń;

- talabalardı oqıtıw hám bilimlerin bahalawdıń zamanagóy usılların engiziń, sonnan cifrlı oqıw úskeneleri hám aralıqtan bilim alıw formasın keń qollanıń, sonday-aq, oqıw processin ulıwma kásiplik sheberligine qalıplestirińge baǵdarlangan pánler aralıq modullerden paydalanǵan halda shólkemlestiriń hám t.b. belgilengen [1].

Mámleketimizde úziksiz bilimlendiriw sistemasında astronomiyanıń teoriyalıq tiykarların rawajlandırıw boyınsha Sh.Egamberdiev, I.Sattarov, M.Mamadazimov, Ch.Sherdanov hám basqalar izleniwler alıp barǵan. Bilimlendiriwde zamanagóy xabar-kommunikaciya texnologiyalarınan paydalanıwdiń teoriyalıq hám metodikalıq tiykarları A.Abduqodirov, B.Abdullaeva, U.Begimqulov, X.Mahmudova, B.Sattarova, G.Umarova hám basqalar tárepinen izretlewler alıp barılǵan.

Astronomiya pánin oqıtıw mashqalaları boyınsha kóplep ilimiy izretlew jumisları alıp barılǵan bolsa da, astronomiya pánin oqıtıwda xabar-kommunikaciya texnologiyalarınan paydalanıp talabalardıń astronomiyalıq qubılıs, process hám túsinikler haqqındaǵı kóz-qaraslardı rawajlandırıń, olardı xabar texnologiyaları imkaniyatlarınan durıs paydalanǵan halda, óz betinshe islewge úyretiw boyınsha ilimiy izretlew jumisların alıp barıw zárurlıǵı júzege keldi.

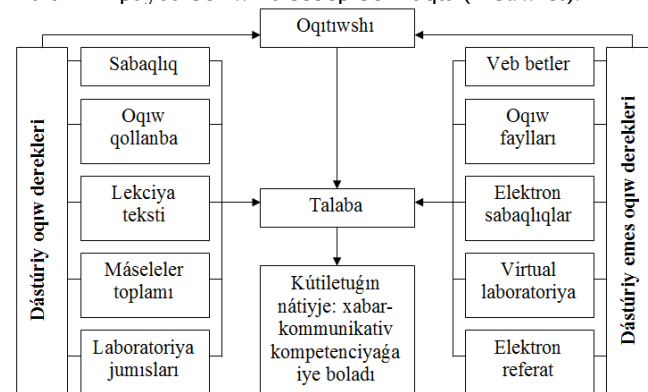
Pedagogikalıq texnologiyalardıń oqıw-tárbiya processine kirip keliwi, sonday-aq xabar texnologiyalardıń tez almasıwı hám jetilisiwi processinde, hár bir insan óz kásiplik tayarlıǵın hám sheberligin jetilistiriń barıw kerek.

Hár bir sabaq processinde sabaqtı qızıqlı hám mazmunlı shólkemlestiriń, talabalar diqqatın bir jerge toplawda xabar-kommunikaciyalıq texnologiyalardan paydalanıw óz

nátiyjesin bermekte. Sebebi xabar aǵımınan aqıl menen paydalanıw talabanıń pikirlew sheńberiniń keńeyiwine ámeliy járdem beredi. Talabalarda úziksiz óz ústinde islew imkaniyatı payda boladı.

Úyrenilip atırılǵan pánniń túrli máseleleriniń matematikalıq modelin puxta oylap, anıqlap kórmesten hám olarǵa salıstırǵanda eń qolaylı ólshew, anıqlaw hám esaplaw usılların qollanbastan turıp, xabar texnologiyalarınan aqıl menen paydalanıw múmkin emes. Xabar texnologiyaların qollanıwdan tiykarǵı maqset, bul talabalardı úyrenilip atırǵan astronomiya kursı pánniń hár bir temasın basqıshpa-basqısh tez ózlestiriliwi hám házirgi waqıtta dúnyada júz berip atırǵan xabarlardan keń paydalanǵan halda óz betinshe talıqlawdı hám óz pikirine iye bolıwǵa úyretiwden ibarat [3:128].

Astronomiya kursı pání boyınsha dástúrdegi oqıw dereklerine qosımsha túrde, dástúriy emes oqıw derekleri, misalı: oqıtıwǵa aralǵan Veb betler, oqıw faylları, elektron sabaqlıqlar hám elektron oqıw qollanbalar, videokonferenciya, elektron referatlar hám basqalar elektron qurılımlardı tiykarlangan jańa oqıtıw qurılımları hám oqıtıw formalarınan payda bolıwına sebep bolmaqta (1-súwret).



1-súwret. Astronomiyanı dástúriy hám dástúriy emes oqıtıw derekleri

Zamanagóy jańa maǵlıwmatlar dereǵı bolǵan internetten, onıń imkaniyatlarınan paydalanıw oqıtıw texnologiyasın jetilistirińge alıp keledi. Internet tarmaǵınan paydalanıwda – talaba Veb betlerinen pán boyınsha kerekli maǵlıwmatlardı alıwı, oqıw fayllarınan paydalanıwı, elektron qollanbalar hám referatlardı oqıw, virtual laboratoriya jumisların orınlawı hám basqada ilimiy maǵlıwmatlardan paydalanıwı múmkin. Elektron sabaqlıqlardan paydalanǵanda – talaba óz betinshe pándi ózlestiriwi, óz betinshe tapsırmalardı erkin orınlawı, ózin-ózi bahalawı menen birgelikte, onda juwapkershilik, ózine degen isenim payda