

qismlardan yaxlitini tuzish” ko‘nikmasini shakllantirish bo‘yicha o‘quv maqsadlarini belgilaydi:

- g‘oyalar sintezi (masalan, muammo yechimi bo‘yicha bildirilgan g‘oyalarning umumlashishi); mulohazalar sintezi (masalan, nutqiy ko‘nikmalarining shakllanganlik darajalari, mezonlarini ishlab chiqish); tuzilma sintezi (masalan, matn ko‘rinishi – chizmasi, til birliklari yordamida nutqning ifodalanishi).

6. Baholashga doir topshiriqlar. Bunday topshiriqlar muayyan maqsad uchun u yoki bu o‘quv materiallarining ahamiyatini baholash ko‘nikmalarini nazarda tutadi. O‘quvchi mulohazasi aniq mezonlarga tayanishi zarur.

Adabiyotlar

1. Баркамол авлод – Ўзбекистон тараққиётининг пойдевори. –Т.: “Шарқ”, 1997.
2. Азизхўжаева Н.Н. Педагогик технология ва педагогик маҳорат. –Т.: Низомий номидаги ТДПУ. 2006.
3. Мадярова С. А. ва бошқ. Педагогик технология ва педагогик маҳорат. – Т.: 2009, 240-б.
4. Сайидахмедов Н. Янги педагогик технологиялар. –Т.: “Молия”, 2003, 171-б.
5. Очилов. М. Янги педагогик технологиялар. –Қарши: “Насаф”, 2000, 80-б.
6. Толипов У., Усманбаева М. Педагогик технология: назария ва амалиёт. –Т.: “Фан”, 2005.
7. Ғаффорова Т., Курбонов А., Годфри Э. Таълимнинг илғор технологиялари. –Қарши: “Насаф”, 2003, 112-б.
8. Чориев А. Янги педагогик технологиялар. Маърузалар матни. –Қарши: 2000, 56-59-б.
9. Уман А.И. Теоретические основы технологического подхода в дидактической подготовке учителя: дис. ... д-ра пед. наук. – Орел: 1996, –С. 402.

REZYUME

Mazkur maqolada o‘quv topshiriqlarining mashg‘ulotlar davomida bajaradigan vazifasiga ko‘ra tasniflanishi, har bir turning tavsifi, qo‘llanilishi izohlangan. Topshiriq turlariga namunalar keltirilgan, bilim, ko‘nikma va malakalarni rivojlantiruvchi va sinab ko‘ruvchi o‘quv topshiriqlariga ajratilgan. Bunda Blum taksanomiyasining ahamiyati ochib berilgan.

РЕЗЮМЕ

В статье объясняется, как классифицировать назначения в соответствии с задачами, которые они выполняют во время урока, а также описываются каждый тип и приложение. Типы заданий выбираются и делятся на учебные задачи, которые развивают и проверяют знания, навыки и компетенции. Это показывает важность таксономии Блума.

SUMMARY

The article explains the classification of learning tasks according to the tasks they perform during the lesson, the description of each type, and their application. Samples of assignments are provided, and are divided into learning tasks that develop and test knowledge, skills, and competencies. This reveals the significance of Bloom's taxonomy.

BEYKER-KEMPBEL-XAUZDORF FORMULASIGA OID BIR MASALANING YECHILISH METODIKALARI

B.Yavidov – *fizika-matematika fanlari doktori, dotsent*

G.Saburova – *assistent o‘qituvchi*

K.Nurimbetov – *laborant*

M.Ollomberganova – *student*

Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika instituti

Tayanch so‘zlar: operator, kommutator, Beyker-Kempbel-Xauzdorf formulasi, masala yechish metodikasi.

Ключевые слова: оператор, коммутатор, формула Бекера-Кэмпбела-Хаусдорфа, методика решения задач.

Key words: operator, commutator, Baker-Campbell-Hausdorff formula, methods for solving problems.

I. Kirish

O‘zbekiston Respublikasi oliy ta‘lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish tamoyilida, xalqaro tajribalardan kelib chiqib, oliy ta‘limning ilg‘or standartlarini joriy qilish nazarda tutilgan [1.1]. Bunda, oliy ta‘lim tizimida o‘quv dasturlarida nazariy bilim olishga yo‘naltirilgan ta‘limdan amaliy ko‘nikmalarni shakllantirishga va rivojlantirishga yo‘naltirilgan ta‘lim tizimiga o‘tish asosiy va ustuvor vazifalardan biri etib belgilangan. Tamoyilda ko‘rsatilgan vazifalarni o‘rinlash o‘quv dasturlarini qayta ko‘rib chiqib ularni yanada takomillashtirishni, yangi zamonaviy talablarga uyg‘un o‘quv adabiyotlarni yaratishni va, albatda, o‘quv mashg‘ulotlarini yuqori saviyada tashkil etishni taqozo etadi. Xususan, studentlarda amaliy ko‘nikmalarni shakllantirish va rivojlantirish masalasida amaliy mashg‘ulotlarning tashkil etilishi va o‘tilishi ahamiyati yanada ortadi. Hozirgi zamonaviy ta‘lim talablariga ko‘ra amaliy mashg‘ulotlarda real muammo va masalalarni qarab chiqish, ularni muhokama etish, tahlil etish va yechish orqali studentlarga terang bilim beribgina qolmay, ularda masalalarni an‘anaviy metodlari bilan bir qatorda noan‘anaviy metodlar yordamida yechish ko‘nikmalarini shakllantirish, rivojlantirish va mustahkamlash kabi vazifalar bajarilishi lozim. Bu vazifalar barcha fanlar amaliy mashg‘ulotlarida, jumladan, oliy ta‘lim tizimidagi pedagogika oliy o‘quv yurtlarida o‘qitiladigan nazariy fizika kursining kvant mexanikasi fani

amaliy mashg‘ulotlarida bajarilishi lozim. Tamoyilda ko‘rsatilgan ana shunday vazifalarning birini bajarish maqsadida biz ushbu maqolada kvant mexanikasi fani amaliy mashg‘ulotida uchraydigan Beyker-Kempbel-Xauzdorf (BKK) formulasiga [2:97; 3:19] oid xususiy bir masala (muammo) yechilishi qarab chiqamiz va masala yechilishini uch usul (metod) da keltiramiz.

II. Muammo (masala) qo‘yilishi

Qaralayotgan masala kvant mexanika fanining operatorlar algebrasi bo‘limiga oid va Beyker-Kempbel-Xauzdorf formulasiga bevosita bog‘liq. Quyida qaraladigan masala [4.74] o‘quv qo‘llamasidan olingan.

Masala: $\hat{A}$ va $\hat{B}$ operatorlar uchun $[\hat{A}, \hat{B}] = C$ kommutator munosabati bajarilsa (bu yerda C – kompleks son), u holda quyidagi

$$e^{\xi \hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi \hat{A}} = \hat{B} + \xi \cdot C \quad (1)$$

munosabat ham o‘rinli bo‘lishini isbotlang (bu yerda ξ – ixtiyoriy o‘zgaruvchi) [4:74].

Masala tahlili: Shuni alohida ta‘kidlash joizki, (1) formula bilan berilgan masalani faqat [3:74] masalalar to‘plamida emas, balki chet el mamlakatlarida chop etilgan kvant mexanikasi bo‘yicha boshqa bir-nechta o‘quv adabiyotlarda uchratish mumkin. Masalan, [5:105] masalalar to‘plamida

105- va 106-betlarida P.6.19.12 masalasi bo‘lib unda BKX formulasi umumiy holda isbotlanadi. $e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}}$ ifoda qanoatlantiradigan differensial tenglama berilgan, ammo, bizning xususiyl hol uchun yechilishi berilmagan. Xuddi shunday, [6:18] o‘quv adabiyotining 18-sahifasida P.2.5 masalada ham BKX munosabati isbotlangan, ammo, unda ham biz qarayotgan masalaga tadbiiq etilmagan. [2:97; 3:19] o‘quv adabiyotlarida esa BKX formulasi isbot qilishi talab qilingan, ammo, isbotlanmagan. Kvant mexanikasi bo‘yicha chop etilgan boshqa o‘quv adabiyotlarni o‘rganish shu ko‘rsatmoqdaki, BKX formulasi va unga oid masalalar ishlanishi barcha adabiyotlarda birdek va to‘liq yoritilmagan. Qaralayotgan masala yechimi esa faqat bir usulda keltirilgan. Shu bois biz quyida qaralayotgan masalaning yechilishini uch usulda keltiramiz. Bunda bizga dastlab BKX formulasining o‘zini asoslash ya’ni isbotlash talab etiladi. Shu bois, biz quyida BKX formulasiga oid nazariy ma’lumotlarni keltiramiz.

III. Nazariy qism

BKX formulasi isbotini bilan [7:2] maqola orqali tanishish mumkin. BKX formulasining isboti [5:105; 6:18] o‘quv adabiyotlarida ham keltirilgan. Kvant mexanikasi fani bo‘yicha respublikamizda chop etilgan darslik, o‘quv qo‘llanma va masalalar to‘plamlarida BKX formulasini isboti keltirilganligi haqida axborotga ega emasligimiz sabab biz bu yerda BKX formulasi keltirib chiqaramiz.

BKX formulasini topish uchun oldin $e^{\xi\hat{A}}$ va $e^{-\xi\hat{A}}$ kabi eksponensial operatorlarning funksiyaga qanday ta’sir qilishini yoki ular bilan amallar qanday bajarilishi qoidalarini oliy matematika kursidan esga tushirishimiz lozim. Oliy matematika kursidan ma’lumki, ixtiyoriy uzluksiz funksiyani Makloren qatoriya yoyish mumkin:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{df(x)}{dx} \right)_{x=0} x^n. \quad (2)$$

Eksponensial funksiya esa Makloren qatoriya quyidagicha yoyiladi:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n. \quad (3)$$

Agar, $x = \hat{A}$ bo‘lsa, yuqoridagi (2) va (3) formulalarga tayangan holda

$$e^{\xi \cdot \hat{A}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\xi \cdot \hat{A})^n \text{ va } e^{-\xi \cdot \hat{A}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (-\xi \cdot \hat{A})^n \quad (4)$$

deb yozishimiz mumkin. $e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}}$ munosabatda har bir eksponensial operatorni qatorga yoyamiz:

$$\begin{aligned} e^{\xi\hat{A}} \times \hat{B} \times e^{-\xi\hat{A}} &= \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\xi \cdot \hat{A})^n \right) \times \hat{B} \times \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (-\xi \cdot \hat{A})^n \right) \\ &= \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \xi^n \cdot \hat{A}^n \right) \times \hat{B} \times \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (-1)^n \xi^n \cdot \hat{A}^n \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Hadlari ko‘paytirib va guruhlaganimizdan keyin topamiz:

$$\begin{aligned} e^{\xi\hat{A}} \times \hat{B} \times e^{-\xi\hat{A}} &= \hat{B} + \xi \cdot [\hat{A}, \hat{B}] + \\ &+ \frac{1}{2!} \xi^2 \cdot [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \frac{1}{3!} \xi^3 \cdot [\hat{A}, [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]]] + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Yuqoridagi munosabat Beyker-Kempbel-Xauzdorf (BKX) formulasi deb ataladi. Bu formula kvant mexanikasi, qattiq jismlar fizikasi nazariyasi, maydon nazariyasida katta ahamiyat kasb etadi.

IV. Metodik qism

Endi, biz BKX formulasidan foydalanib yuqorida berilgan masalani yechishda foydalanamiz.

1-usul. Bu usulning moyiyati BKX formulasidan foydalanishdan iborat. BKX formulasi qator shaklida yozilishi bois, bu usulni, shartli ravishda, **qatorga yoyish metodi (QYM)** deb atash mumkin. Masala shartiga ko‘ra $[\hat{A}, \hat{B}] = C$. U holda, BKX formulasining o‘ng tomonidagi uchinchi haddan boshlab barcha yuqori tartibli hadlar nolga tenglashadi. Chunki,

$$[\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] = [\hat{A}, C] = 0,$$

$$[\hat{A}, [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]]] = [\hat{A}, [\hat{A}, C]] = [\hat{A}, 0] = 0 \text{ va hakoza.}$$

Shu sababli (7) munosabatning o‘ng tomonida faqat ikkita had qoladi. Ya’ni (1) natijani topamiz. Masala yechilishining QYM ni kvant mexanikasi bo‘yicha ko‘pchilik o‘quv qo‘llanmalaridan topish mumkin [5.105;6.18].

2-usul. Bu usul differensial tenglamani yechish bilan bog‘liqligi uchun, uni, shartli ravishda, **integrallash metodi (IM)** deb atash mumkin [5.108]. (1) munosabat o‘rinli ekanligini isbotlash uchun biz umumiy holda o‘sha munosabatning o‘ng tomonini aniq bilmaymiz, u qandaydir $f(\xi)$ funksiya bo‘lishi mumkin deb qabul qilamiz. Ya’ni

$e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}} = f(\xi)$. Bu funksiya quyidagi shartni qanoatlantiradi: $\hat{B} = f(0)$! U holda, $e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}} = f(\xi)$ munosabatning ikkala tomonidan ξ bo‘yicha hosila olib, quyidagi formulani qo‘lga kiritamiz:

$$\begin{aligned} \frac{df(\xi)}{d\xi} &= \frac{d}{d\xi} (e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}}) = \\ &= e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{A} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}} - e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}} \cdot \hat{A} = \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &= e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{A} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}} - e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot \hat{A} \cdot e^{-\xi\hat{A}} = \\ &= e^{\xi\hat{A}} \cdot (\hat{A} \cdot \hat{B} - \hat{B} \cdot \hat{A}) \cdot e^{-\xi\hat{A}} = e^{\xi\hat{A}} \cdot [\hat{A}, \hat{B}] \cdot e^{-\xi\hat{A}} \end{aligned} \quad (9)$$

Ammo, $[\hat{A}, \hat{B}] = C$ va $e^{\xi\hat{A}} \cdot e^{-\xi\hat{A}} = 1$ ekanligini inobatga

olsak, $\frac{df(\xi)}{d\xi} = C$ ni topamiz. Oxirgi tenglamani

integrallab $f(\xi) = \xi \cdot C + const$ ni qo‘lga kiritamiz.

Integrallash doimiysi $\hat{B} = f(0)$ shartdan topiladi:

$$const = f(0) = \hat{B}. \text{ Ya'ni } e^{\xi\hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi\hat{A}} = \hat{B} + \xi \cdot C.$$

3-usul. Bu usul operatorlar algebrasiga oid murakkab kommutatorlar bilan ishlashni taqozo etadi. Shu sabab, bu usulni, shartli ravishda, **kommutatorlar metodi (KM)** deb atash mumkin. KM bilan qaralayotgan masalaning yechimi [4:169] da keltirilgan. (1) munosadni isbotlash uchun biz operatorlar algebrasiga oid quyidagi ikkita lemmadan

Lemma 1. Agar $[\hat{A}, \hat{B}] = C$ bo'lsa, u holda $\hat{B} \cdot \hat{A}^n - \hat{A}^n \cdot \hat{B} = n \cdot C \cdot \hat{A}^{n-1}$ formula o'rinli.

Lemma 2. Agar $[\hat{A}, \hat{B}] = C$ bo'lsa, u holda $f(\hat{A}) \cdot \hat{B} - \hat{B} \cdot f(\hat{A}) = f'(\hat{A}) \cdot C$.

foydalanamiz. Lemma 1 va Lemma 2 ning isbotini qiziqqan oquvchimiz [4:168] dan topishi mumkin. Lemma 1 va Lemma 2 lar asosida quyidagilarni yozamiz:

$$[\hat{B}, e^{-\xi \hat{A}}] = \hat{B} \cdot e^{-\xi \hat{A}} - e^{-\xi \hat{A}} \cdot \hat{B}. \quad (10)$$

$$\hat{B} \cdot e^{-\xi \hat{A}} - e^{-\xi \hat{A}} \cdot \hat{B} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\xi)^n}{n!} (\hat{B} \cdot \hat{A}^n - \hat{A}^n \cdot \hat{B}) = C \cdot \xi \cdot e^{-\xi \hat{A}}. \quad (11)$$

(11) formulaning ikkala tomonini chapdan $e^{\xi \hat{A}}$ ga ko'paytiramiz va $e^{\xi \hat{A}} \cdot e^{-\xi \hat{A}} = 1$ ekanligini inobatga olib,

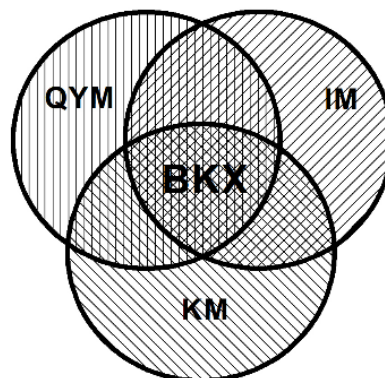
$$e^{\xi \hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi \hat{A}} - \hat{B} = C \cdot \xi \text{ yoki}$$

$$e^{\xi \hat{A}} \cdot \hat{B} \cdot e^{-\xi \hat{A}} = \hat{B} + \xi \cdot C \quad (12)$$

topamiz.

Yuqorida qaralgan masalaning uch usulda yechilishini kvant mexanikasi fani amaliy mashg'ulotlarida studentlar e'tiboriga yetkazish va o'rgatish ularning kvant mexanikasi bo'yicha bilimlarini yanada chuqurlashtiradi, noan'anaviy va muqobil variantlar orqali masala yechilish ko'nikmasini o'rtiradi. Shu bilan birga, mashg'ulotda turli metodlarning qo'llanilishi dars sifatining va studentlarning o'zlashtirish ko'rsatkichlarining o'rtishiga xizmat qiladi. Yuqorida

qaralgan QYM, IM va KM larining umumiy jihati BKX formulasidir. Bu umumiylikni studentlar e'tiboriga 1-rasm tasvirlangan Veen diagrammasi yordami taqdim qilish maqsadga muvofiq deb hisoblaymiz



1-rasm. Muhokama etilayotgan masalaning Veen diagrammasi.

V. Xulosa

Mazkur maqolada oliy ta'lim tizimidagi pedagogika oliy o'quv yurtlarida o'qitiladigan nazariy fizika kursining kvant mexanikasi fani amaliy mashg'ulotlarida BKX formulasiga aloqador bo'lgan xususiy bir masala qaralgan. Masala yechilishi uch usulda keltirilgan. Mazkur masalaning bu usullarda ishlab ko'rsatilib, studentlarga o'rgatilishi ularning kvant mexanikasi, jumladan operatorlar algebrasi, bo'yicha bilimlarini yanada chuqurlashtiradi, noan'anaviy va muqobil variantlar orqali masala yechilish ko'nikmasini o'rtirishi tabiiy hamda kvant mexanikasi darslari sifatining va studentlarning o'zlashtirish ko'rsatkichlarining o'rtishiga xizmat qilishi tayin.

Adabiyotlar

1. O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish tamoyilini tasdiqlash to'g'risida. O'zR PF-5847, 8 oktabr 2019-yil.
2. Nouredine Zettili. Quantum Mechanics: Concepts and Applications, 2nd ed., A John Wiley and Sons, Ltd., Publication, Chichester, 2009.
3. Копытин И.В., Корнев А.С. Задачи по квантовой механике: Учебное пособие для вузов. 1-я часть, 4-е издание. –Воронеж: Изд.-полиграф. центр Вор. Гос. университета, 2009.
4. Гречко Л.Г., Сугаков В.И., Томасевич О.Ф., Федерченко А.М.. Сборник задач по теоретической физике. -М.: «Высшая школа», 1984.
5. John R. Boccio. Quantum Mechanics: Mathematical Structure and Physical Structure Problems and Solutions. http://www.johnboccio.com/TQM/solutions/QM_Book_Solutions.pdf
6. Marc Cahay and Supriyo Bandyopadhyay. Problem Solving in Quantum Mechanics: From Basics to Real-World Applications for Materials Scientists, Applied Physicists, and Devices Engineers. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2017.
7. Wilcox. R.M. Exponential Operators and Parameter Differentiation in Quantum Physics. J. Math. Phys. 8(4), 2(1967).

REZYUME

Maqolada Beyker-Kempbel-Xauzdorf munosabati bilan bog'liq xususiy bir masala qaralgan. Masalaning o'quv adabiyotlarida qay tarzda ishlanilishi muhokama etilgan. Xuddi shu masalaning maqolada uch usulda ishlanishi keltirilgan. Amaliy mashg'ulotlarda masalalarning turli usullarda ishlanishi mashg'ulot sifati va studentlarning amaliy ko'nikmalarining yuksalishiga xizmat qilishi ta'kidlangan.

РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается одна частная задача связанная с формулой Бекера-Кэмпбела-Хаусдорфа. Обсуждается как решается данная задача в учебных пособиях. В статье приводится три метода решения задачи. Подчеркивается, что решение задач различными методами на практических занятиях служит повышению качества занятия и практической компетенции студентов.

SUMMARY

In the article a particular problem, connected with Baker-Campbell-Hausdorff formula, is considered. It is discussed how the problem is considered in textbooks. Three methods of solution of the problem are presented. It is stated that solving problems by different methods in practical classes serves to improve the quality of classes and the practical competence of students.