

3. Jiang X., Ma J., Xiao G., Shao Z. Guo X. *A review of multimodal image matching: Methods and applications*. Inf. Fusion 2021, 73, 22-71. Google Scholar CrossRef.
4. Li L., Liang, J. Weng M., Zhu H. *A multiple-feature reuse network to extract buildings from remote sensing imagery*. Remote Sens. 2018, 10, 1350. [Google Scholar](#).
5. Zitova B., Flusser J. *Image registration methods: A survey*. Image Vis. Comput. 2003, 21, 977–1000. [Google Scholar CrossRef Green Version](#).
6. Gabor D. Theory of communication, Part III. JIEE 26(1946), -P.429-457

REZYUME. Tasvirni qayta ishlashda Gabor transformatsiyasini va Gaussning tarjimalari va modulyatsiyalaridan foydalanadigan bir o'lchovli signal hisoblanadi. U tasvirni o'qish, tahrirlash, yaxshilash, segmentatsiya qilish, obyektlarni aniqlash, va ularning xususiyatlarini tahlil qilish kabi bosqichlarni o'z ichiga oladi. Katta hajmdagi ma'lumotlar bilan ishlashga gibrid kvant algoritmlar yaqin kelajakda real vaqtda ishlov beriladigan tasvirlarni tahlil qilishda samarali vosita bo'lishi mumkin.

РЕЗЮМЕ. Это одномерный сигнал, который использует преобразования Габора и гауссовы сдвиги и модуляции при обработке изображений. Он включает в себя такие этапы, как чтение изображений, редактирование, улучшение, сегментация, обнаружение объектов и анализ их характеристик. Гибридные квантовые алгоритмы для работы с большими объемами данных могут стать эффективным инструментом анализа изображений, обрабатываемых в реальном времени, в ближайшем будущем.

SUMMARY Image processing is a one-dimensional signal processing that uses Gabor transforms and Gaussian translations and modulations. It includes steps such as image reading, editing, enhancement, segmentation, object detection, and feature analysis. Hybrid quantum algorithms for working with large amounts of data may be an effective tool for analyzing images processed in real time in the near future.

ÚSH DIAGONALLÍ MATRICAĞA IYE SATSDI AYDAW USÍLÍNDÁ SANLÍ SHESHIW HÁM KOMPYUTERDE MODELLESTIRIW

M.M.Qazimbetova – *fizika-matematika ilimleri boyınsha filosofiya doktori*

J.A.Nurullaev – *fizika-matematika ilimleri boyınsha filosofiya doktori*

Berdaq atındaǵı Qaraqalpaq mámleketlik universiteti

Tayanch so'zlar: uch diagonallı matritsa, haydash usulı (Tomas algoritmi), Gauss usulı, Yakobi matritsa, ayırmalı matritsa, bas diagonal, haydash koeffitsientlari, simmetriyalı matritsa, rekkurent nisbatlar, ustunlik shartlari, chegaraviy shartlar.

Ключевые слова: трёхдиагональная матрица, метод прогонки (алгоритм Томаса), метод Гаусса, матрица Якоби, разностная матрица, главная диагональ, коэффициенты прогонки, симметричная матрица, рекуррентные соотношения, условие диагонального преобладания, граничные условия.

Key words: tridiagonal matrix, Thomas algorithm (TDMA), Gauss method, Jacobi matrix, difference matrix, main diagonal, Thomas coefficients, symmetric matrix, recurrence relations, diagonal dominance condition, boundary conditions.

Kirisiw. Kóplegen ámeliy máseleler dara tuwındılı differenciallıq teńlemeler ushın shegaralıq máselelerdi sheshiwge alıp keledi. Bunday máselelerdiń dál sheshimin (analitikalıq sheshimin) tabıw kóp jaǵdaylarda múmkin bola bermeydi, ásirese teńlemenin koeffitsientleri ózgermeli yamasa teńleme sıızqlı emes bolǵan jaǵdaylarda. Sonlıqtan ámeliy máselelerdiń matematikalıq modeli bolǵan differenciallıq teńlemeler tiykarınan sanlı usıllar arqalı sheshiledi. Differenciallıq teńlemelerdiń juwıq sheshimin islep shıǵıw matematikalıq fizikanın tiykarǵı teńlemelerine sanlı usıllar qurıw hám olardıń izertlew menen baslanadı [1].

Tiykarǵı bólim. Aydaw usılı – bul Gauss usılınıń arnawlı, optimallaştırılǵan jaǵdayı bolıp, úsh diagonallı (tridiagonal) koeffitsientlerge iye bolǵan sıızqlı algebralıq teńlemeler sistemasın sheshiwde keńnen qullanıladı. Bunday strukturalıq sistemalar kemnen-kem ushırasadı yáki olar sanlı kórinisi jaǵınan quramalıraq, anıq emes shártler astında qalıplesedi. Bul jaǵdaylarda úsh diagonallıq strukturanı saqlap qalıw hám sheshimin nátiyjeli usılda tabıw kóplegen esaplaw mashqalaların payda etedi. Sonlıqtan aydaw usılı tek arnawlı strukturaga iye bolǵan máseleler ushın nátiyjeli bolıp tabıladı hám onı qullanıwdan aldın algebralıq teńlemeler sistemasınıń strukturası tereń tullanıwı kerek [2-3].

Úsh diagonallıq matricalar (yáki Yakobi matricaları) ózine tán strukturaga iye bolıp, olar tek bas diagonal hám oǵan qosımsha joqarı hám tómengi diagonalarda nolleri

bolmaǵan elementlerge iye bolıp, qalǵan barlıq elementler nolge teń boladı. Bul struktura kompyuterde esaplawda júdá qolaylı bolıp, esaplaw resursların únemleydi hám aydaw usılı sıyaqlı arnawlı algoritmler járdeminde bul sistemalardı tez hám anıq sheshiw múmkinshiligi kelip shıǵadı [3].

Ayırmalı teńlemeler sisteması matricalar teoriyasın, ásirese úsh diagonallıq teoriyanı qollanıwdıń ájayıp mısalı bolıp tabıladı. Óz gezeginde, ayırmalı sxemalarga alıp keletuǵın kóplegen aktual fizikalıq máseleler sıızqlı algebra boyınsha jańa intensiv izertlewlerdiń alıp barılıwına túrtki boldı. Tiykarǵı yáki járdemshi bólim sıpatında úsh diagonallı sıızqlı algebralıq teńlemeler sisteması kirgizilgen máselelerdi birneshe túrlerge bóliw múmkin [7]:

1) Ekinshi tártipli differenciallıq teńlemeler ushın bir ólshemli shegaralıq máseleler. Máselen:

Puasson teńlemesi – elliptikalıq túrdegi ekinshi tártipli differenciallıq teńleme:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -f(x), \quad x \in (a, b) \quad (1)$$

Bul jerde:

- $u(x)$ – izlenip atırǵan funkciya (máselen, temperatura, potensial, basım);
- $f(x)$ berilgen funkciya (máselen, jıllılıq deregi).

(1) teńleme shegaralıq shártler menen tolıqtırılıp Puasson teńlemesi ushın tómendegi máseleler alınadı:

• Dirixle máselesi (shegarada funkciyanıń mánisi berilgende):

$$u(a) = \alpha, \quad u(b) = \beta \quad (2)$$

• Neyman máselesi (shegarada tuwındı mánisi berilgende):

$$u'(a) = \gamma, \quad u'(b) = \delta \quad (3)$$

• Aralas shegaralıq másele. Bul máselede bir shegarasında funkciya mánisi, ekinshi shegarada bolsa onıń tuwındısı beriledi:

$$u(a) = \alpha, \quad u'(b) = \delta \quad (4)$$

2) Bir ólshemli waqıtqa baylanıslı parabolalıq máseleler. Stacionar emes jıllılıq ótkizgishlik yamasa diffuziya máselesi,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, t > 0 \quad (5)$$

Bunday tiptegi teńleme joqarıdaǵı sıyaqlı baslanǵısh hám shegaralıq shártler menen tolıqtırıladı.

Soday-aq, Kóp ólshemli elliptikalıq hám parabolikalıq teńlemelerdi sheshiw (eki ólshemli shegaralıq oblastta Puasson teńlemesi ushın Dirixle máselesi);

Úsh diagonalıq sistemalardıń qollanıwı matematikalıq fizika máseleleri menen sheklenbeydi, olar splaynlyq approksimaciya algoritmlerinde, sonday-aq, sıızıqlı algebra máselelerinde ulıwmalıq kórinistegi matricalardıń menshikli mánislerin tabıw máselelerinde de ushırasadı.

Úsh diagonalı SATS sheshiw ushın kóbinese aydaw usılı qollanıladı. Onıń tiykarǵı abzallıǵı tejemligi, yaǵnıy bul usıl dáslepki sistemanıń strukturasınan maksimal paydalanıwı esaplanadı. Usıldın kemshiligi sonda, hár bir tákararlawda dóńgeleklew qáteligi toplanıp baradı [4].

Teńlemeler sistemasınıń kanonikalıq jazılıwı tómendegishe:

$$\begin{aligned} & a_{k(k-1)} \cdot x_{k-1} + a_{kk} \cdot x_k + a_{k(k+1)} \cdot \\ & \cdot x_{k+1} = b_k, \quad k = 1, 2, \dots, n; \\ & \begin{bmatrix} a_{10} = 0 \\ a \\ \vdots \\ a_{n(n+1)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Sistema matricası tómendegi kóriniste jazıladı:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \quad (7)$$

Joqarıda atap ótilgenindey, bul usıldın tiykarǵı kemshiligi qáteni toparı menen jıynaw qábileti bolıp tabıladı, sonlıqtan aydaw usılınıń ornıqlılıǵın izertlew usılları áhmiyetli bolıp tabıladı. Aydaw usılınıń ornıqlılıǵın tallawdıń tiykarǵı usılı bul diagonaldıń ústemlik shárti bolıp tabıladı. Bul jerde aydaw koefficientleriniń bólsheklerdegi bólimlerine itibar beriw kerek boladı. Eger bólimler nolge jaqın bolsa, onda aydaw usılı turaqlı emes bolıwı múmkin. Diagonaldıń ústemlik shárti aydaw ornıqlılıǵı ushın jeterli shárt bolıp tabıladı, biraq zárúrli emes. Diagonaldıń ústemlik shárti tómendegishe jazıladı:

1. Sáykes ólshemlilik;

$$2. |a_{[i][i]}| \geq |a_{[i][i-1]}| + |a_{[i][i+1]}| \quad (\text{keminde bir teńsizligi qatań boladı});$$

3. $a_{ii} \neq 0$ bas diagonalnıń elementleri nollik emes.

Kópsilik programmalaştırıw tillerinde indekslerdi nomerlew 1 den emes, al 0 den baslanǵanlıǵı ushın bul tuwrılardı da esapqa alıw kerek.

Baslanǵısh shártleri. Matricanıń barlıq qatarlarında úshewden artıq san bolmawı hám koefficientler rekkurent qatnaslar bolıp, qońsı koefficientler arqalı ańlatılıp, shegaralıq mánislerge baylanıslı bolǵanı ushın rekkurent qatnaslar ushın tómendegi shegaralıq shártlerdi itibarǵa alıw kerek.

$$\text{Shegaralıq shártleri: } \begin{bmatrix} a_{[0][i-1]} = 0 \\ \vdots \\ a_{[n-1][n]} = 0 \end{bmatrix}$$

Aydaw usılınıń esaplaw algoritmi. Aydaw usılı eki basqısttan ibarat: tuwrı júriw (u_k, v_k aydaw koefficientlerin anıqlaw), keri júriw (x_k belgisizlerdi esaplaw).

Aydaw usılın qollanıwıń ámeliy sxeması:

1. $a_{[n][n]}$ úsh diagonalı matricanı hám $b_{[n]}$ erkin koefficientler baǵanasın kirgiziw. Shegara shártlerin esapqa alıw hám inicializaciyalaw;

2. Tuwrı júriw.

Aydaw koefficientlerin qalıplestiriw ($(n-1)$ ge shekem);

$$\begin{aligned} v_{[i]} &= \frac{a_{[i][i+1]}}{-a_{[i][i]} \cdot v_{[i-1]}} \quad \text{hám} \\ u_{[i]} &= \frac{a_{[i][i-1]} \cdot u_{[i-1]} - b_{[i]}}{-a_{[i][i]} - a_{[i][i-1]} \cdot v_{[i-1]}} \end{aligned}$$

Matricanıń birinshi qatarı ushın anıqlastıramız:

$$v_{[0]} = \frac{a_{[0][1]}}{a_{[0][0]}} \quad \text{hám} \quad u_{[0]} = \frac{-b_{[0]}}{a_{[0][0]}}$$

Matricanıń aqırǵı qatarı ushın anıqlastıramız:

$$\begin{aligned} v_{[n-1]} &= 0 \quad \text{hám} \\ u_{[n-1]} &= \frac{a_{[n-1][n-2]} \cdot u_{[n-2]} - b_{[n-1]}}{-a_{[n-1][n-1]} - a_{[n-1][n-2]} \cdot v_{[n-2]}} \\ u_{[n-1]} &= \frac{a_{[n-1][n-2]} \cdot u_{[n-2]} - b_{[n-1]}}{-a_{[n-1][n-1]} - a_{[n-1][n-2]} \cdot v_{[n-2]}} \end{aligned}$$

3. Keri júriw;

Aqırǵı x_n koreni $x_{[n-1]} = u_{[n-1]}$ formulasınan esaplanadı.

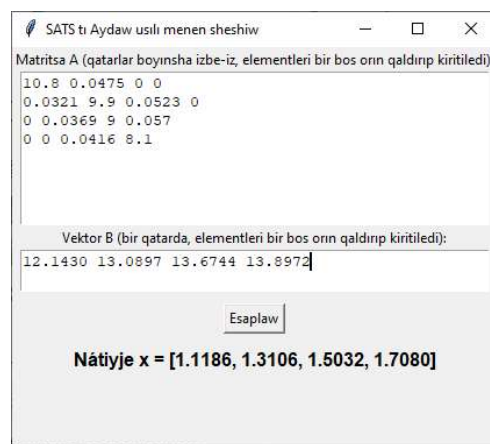
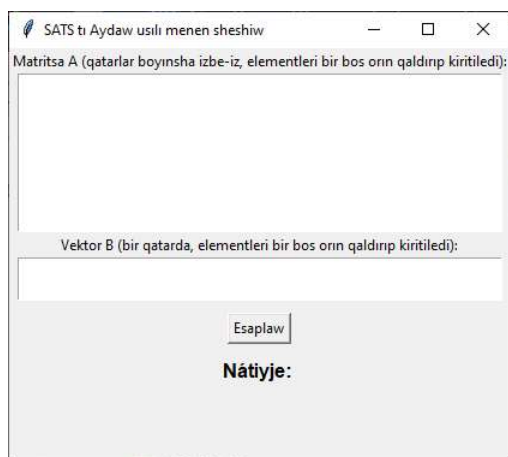
Qalǵan korenleri rekkurent qatnaslar járdeminde esaplanadı:

$$x_{[i-1]} = v_{[i-1]} \cdot x_{[i]} + u_{[i-1]}$$

4) Nátiyjeler vektóri kórinisinde boladı:

$$x = (x_{[0]}, x_{[1]}, \dots, x_{[n-1]})'$$

Kompyuterde sanlı modellestiriw. Keltirilgen aydaw usılınıń algoritmine tiykarlanıp Python tilinde (sanlı usıllar ushın úshinshi tárep kitapxanalarınan paydalanbastan) programma ónimi tómendegishe jaratıldı [5]. Tiykarǵı ayna:



Bul programmalıq ónim SATS in aydaw usılı menen sheshiw imkaniyatın beredi. Bunda SATS ush diagonallı matricağa iye hám ólshemi $n \times n$ de uyǵarıladı. Onıń A matrica elementlerin hám saltań aǵzasınan ibarat b vektornı kiritiw arqalı berilgen máseleń sheshimi esaplanadı [4-5].

Máseleniń berilgenleri kiritilgennen soń **Esaplaw** túymesı basıladı hám esaplaw nátiyjeleri **Nátiyje**: bólimine shıǵarıladı.

Tómende programmaǵa berilgenlerdi kirgizip esaplaw ámelge asırılǵandaǵı nátiyje keltirildi:

Juwmaq. Juwmaqlap aytqanda úsh diagonallıq matrica kóplegen fizikalıq hám injenerlik máselelerde payda bolatuǵın SATSlardıń ápiwayı hám qolaylı ańlatılıw forması bolıp tabıladı. Aydaw usılı úsh diagonallıq strukturaǵa qarata nátiyjeli algoritm bolıp, bul esaplaw procesin sezilerli dárejede ánsatlastıradı hám nátiyjelerdi tez alıw múmkinshiligin beredi hámde bul usıldı sanlı sheshiw ámeliyatta qollanıw ushın áhmiyetli qural bolıp tabıladı. Arnawlı islep shıǵılǵan ónim arqalı paydalanıwshı úsh diagonallıq matrica elementlerin hám bos aǵzaların kirgizip, berilgen SATStı sheshiwdi tezlestiredi. Solay etip, úsh diagonallıq matrica tiykarındaǵı máseleler ushın aydaw usılı hám kompyuterde sanlı sheshiwdiń saykesligi ilimiy hám ámeliy sheshimlerdi ele de nátiyjeli etedi.

Ádebiyatlar

1. Otarov A.A., Allanazarov J.P. Esaplaw usılları. – Nókis: «Bilim», 2006.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. – Москва: «Наука», 1989.
3. Исаев А.А., Коробов В.И. Численные методы решения задач математической физики. – Москва: «Высшая школа», 1991.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – Москва: «Наука», 1977.
5. Samandarov B.S., Shixiev R.V., Qazimbetova M.M., Asqarov Q.A. Pythonda programmalastırıw tiykarları. – Tashkent: «Metodist», 2023.

REZYUME. Maqolada uch dioganallı matritsali chiziqli algebrık tenglamalar sistemasini (ChATS) yechishning natijali sonli algoritmi bo'lgan haydash usuli (Tomas algoritmi) haqida bayon etiladi. Algoritmning bosqichma-boshqich tarifi, avzalliklari, cheklovlar va qo'llanilishiga misol keltirilgan. Algotim asosida yaratilgan dasturiy vositani qo'llanilishi keltirilgan.

РЕЗЮМЕ. В статье рассматривается эффективный численный алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трёхдиагональной матрицей — метод прогонки (алгоритм Томаса). Описаны пошаговый алгоритм, его преимущества, ограничения и область применения. Представлено использование разработанного программного продукта на основе данного алгоритма. В статье также приведены примеры применения метода.

SUMMARY. The article discusses an efficient numerical algorithm for solving a system of linear algebraic equations (SLAE) with a tridiagonal matrix — the Thomas algorithm (also known as the tridiagonal matrix algorithm, TDMA). The step-by-step description of the algorithm, its advantages, limitations, and applications are provided. The implementation of the developed software product based on this algorithm is also presented. The article is enriched with examples of practical applications.

G'OVAK-ELASTIK ANIZOTROP MUHITDA TO'LQINLARNING ANALITIK MODELLARINI O'RGANISH

M.A.Quzratov – *tayanch doktorant*

Qarshi davlat universiteti

Tayanch so'zlar: g'ovak-elastik muhit, anizotropiya, Biot nazariyasi, analitik model, dispersiya, to'lqinlar.

Ключевые слова: поро-упругая среда, анизотропия, теория Биота, аналитическая модель, дисперсия, волны.

Key words: porous-elastic medium, anisotropy, Biot's theory, analytical model, dispersion, waves.

Kirish. Zamonaviy geofizik tadqiqotlar, zilzilaviy xavfsizlikni baholash va yer osti resurslarini izlashda elastik muhitda to'lqinlarning tarqalish xususiyatlarini chuqur o'rganish muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu o'rganishlarda g'ovak-elastik va anizotrop muhitlar alohida

ahamiyatga ega. Chunki tabiiy geologik qatlamlar – masalan, qumtosh, ohaktosh, gil jinslar – odatda g'ovak, ya'ni suyuqlik bilan to'yingan bo'lib, ular mexanik xossalari bo'yicha ham yo'nalishga bog'liq (anizotrop) bo'ladi [1].