

вектора $\text{rad } \mathbf{z}^{(0)}$ была строго больше, чем соответствующая компонента вектора $\text{rad } \mathbf{z}^*$. Тогда предполагая $\lambda \geq 1$ и $\text{rad } \mathbf{z} = \text{rad } \dot{\mathbf{z}}$, мы можем заключить, что

$$\text{rad } \mathbf{z}^{(1)} = \text{rad}(\mathbf{B}\mathbf{z}^{(0)}) + \text{rad}(\mathbf{D}_1^{(0)}\mathbf{z}^{(0)}) \geq |\mathbf{B}| \text{rad } \mathbf{z}^{(0)} + |\mathbf{D}_1^{(0)}| \text{rad } \mathbf{z}^{(0)} = (|\mathbf{B}| + |\mathbf{D}_1^{(0)}|) \text{rad } \mathbf{z}^{(0)} = \lambda \text{rad } \mathbf{z}^{(0)} \geq \text{rad } \mathbf{z}^{(0)}.$$

Аналогично

$$\text{rad } \mathbf{z}^{(2)} \geq (|\mathbf{B}| + |\mathbf{D}_1^{(1)}|) \text{rad } \mathbf{z}^{(1)} \geq (|\mathbf{B}| + |\mathbf{D}_1^{(1)}|) \lambda \text{rad } \mathbf{z}^{(0)} = \lambda^2 \text{rad } \mathbf{z}^{(0)} \geq \text{rad } \mathbf{z}^{(0)},$$

и т.д.

Теперь для произвольного номера k по методу индукции имеем

$$\text{rad } \mathbf{z}^{(k)} \geq (|\mathbf{B}| + |\mathbf{D}_1^{(k-1)}|) \text{rad } \mathbf{z}^{(k-1)} \geq \dots \geq \lambda^k \text{rad } \mathbf{z}^{(0)} \geq \text{rad } \mathbf{z}^{(0)}.$$

Переходя к пределу, при $k \rightarrow \infty$, получаем

$$\text{rad } \mathbf{z}^* \geq \text{rad } \mathbf{z}^{(0)},$$

что противоречит нашему выбору начального вектора $\mathbf{z}^{(0)}$. Следовательно, сделанное нами допущение

Литература

1. Фазылов Х.Ф., Насыров Т.Х. Установившиеся режимы электроэнергетических систем и их оптимизация. - Ташкент: Молия, 1999.
2. Ибрагимов А.А. Интервально-итеративные методы решения узловых уравнений установившихся режимов электрических сетей.// Вестник НУУЗ, 2010, №3, -С. 87-91.
3. Jaulin L., Kieffer M., Didrit O. and Walter E. Applied Interval Analysis. – London: Springer, 2001.
4. Kearfott R.B., Nakao M.T., Neumaier A., Rump S.M., Shary S.P., Hentenryck P. Standardized notation in interval analysis.// Interval analysis: Proceedings of XIII Baikal International School-seminar "Optimization methods and their applications", July, 2 – 8, Irkutsk, Baikal, 2005. Vol. 4. Irkutsk: Melentiev Energy Systems Institute SB RAS. –P. 106-113. <http://interval.ict.nsc.ru/Introduction/INotation.pdf>
5. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. - Москва: «Мир», 1987.
6. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. - Электронная книга, см.: <http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks>
7. Кальмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. - Новосибирск: «Наука», 1986.
8. Интернет сайт: «Интервальный анализ и его приложения». URL: <http://interval.ict.nsc.ru>.

РЕЗЮМЕ. Мақолада параметрлари интервал ноаниқликка эга бўлган шартларда электроэнергетик тизимларнинг баркарор ҳолатларини ҳисоблаш учун тескари матрица итерацион усули қаралган. Таклиф этилаётган усулнинг интервал комплекс сонлар фазосида яқинлашиш масаласи тадқиқ қилинган. Усулнинг яқинлашиш баҳоси яратилган итерацион схемада ҳосил бўлган интервал матрицанинг спектрал радиуси асосида олинган.

РЕЗЮМЕ. В статье рассматривается итерационный метод обратной матрицы для расчёта установившихся режимов электроэнергетических систем в условиях, что параметры рассматриваемой сети имеет интервальный неопределённость. Исследован вопрос о сходимости предлагаемого метода в пространстве интервальных комплексных чисел. Оценка сходимости получена на основе спектрального радиуса интервальной матрицы, образовавшегося в результате созданной итерационной схеме.

SUMMARY. The article discusses the iterative method of the inverse matrix for calculating the steady state modes of electric power systems under the conditions that the parameters of the network under consideration have an interval uncertainty. The issue of convergence of the proposed method in the space of interval complex numbers is investigated. The convergence estimate was obtained on the basis of the spectral radius of the interval matrix resulting from the created iterative scheme.

УДК 621.315.592

ВЛИЯНИЕ ЛЕГИРОВАНИЯ НИКЕЛЕМ И МАРГАНЦЕМ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ КИСЛОРОДА В КРЕМНИИ

Х.М.Илиев – доктор физико-математических наук, профессор
Ташкентский государственный технический университет

М.О.Турсунов – преподаватель
Термезский государственный университет

С.Б.Исамов – доктор философии физико-математических наук, доцент
Ташкентский государственный технический университет

С.В.Ковешников – старший преподаватель
Ташкентский государственный технический университет

Таянч сўзлар: монокристалл, кремний, диффузия, никель, марганец, Фурье-спектрометр.

Ключевые слова: монокристалл, кремний, диффузия, никель, марганец, Фурье-спектрометр.

Key words: monocrystal, silicon, diffusion, nickel, manganese, Fure-spectrometer.

Введение: Как известно [1], количество термических и радиационных дефектов в кремнии в основном определяется концентрацией оптически активного кислорода. Поэтому управление концентрацией такого кислорода представляет большой технологический интерес. Изучение процесса геттерирования кислорода никелем является особенно актуальным, так как атомы никеля в кремнии имеют достаточно высокую растворимость $N \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$, сравнимую с кислородом, и в основном находятся электронеутральном состоянии [2].

$\lambda \geq 1$ неверно, т.е. $\rho(|\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}_2^{(k)}|) < 1$, что и требовалось доказать.

Закключение. Отсутствие достаточно полной информационной базы, делает невозможным применение существующих методов расчёта установившихся режимов ЭЭС для их применения. При этом одновременность измерений, использование приборов определённого класса точности, а также использование при расчётах паспортных данных параметров элементов ЭС вносит неопределённость в проводимые расчёты и тем самым снижает их достоверность. В подобных ситуациях для решения задач расчёта режима и потерь ЭЭ целесообразно использование методов интервального анализа, которые позволяют определять возможные границы изменения параметров при учёте интервальной неопределённости исходной информации. Полученные нами результаты имеют как теоретическое, так и практическое значение для проведения расчетов по интервальному методу обратной матрицы.

Метод исследования: в качестве исходного материала был использован монокристаллический кремний р-типа с $\rho=3 \text{ Ом}\cdot\text{см}$, $\rho=5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ и п-типа с $\rho=100 \text{ Ом}\cdot\text{см}$, полученный методом Чохральского. В этих образцах концентрация оптически активного кислорода составляла $N_{O_2}=(5\div 6)\cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$. Плотность дислокаций - $S=10^3 \text{ см}^{-2}$. Размеры образцов $1\times 4\times 0.8 \text{ мм}^3$. После изготовления образцов, они подвергались механической шлифовке и полировке (алмазная паста 0.5 мкм), а затем очистке растворителями и химическому

травлению с смеси HF - HNO₃ в соотношении 1:3 (полирующий травитель) 1 минуту.

Диффузия никеля из нанесенного слоя толщиной 1 мкм проводилась в кварцевых ампулах, откачанных до остаточного давления 10⁻³ Па, при температуре T=1200°C и времени диффузии 30 минут. Время диффузии выбиралось таким образом, чтобы обеспечить равномерное легирование образцов по всему объёму. Никелевый слой получался термическим вакуумным напылением (остаточное давление 10⁻⁴ Па) на нагретый до 350°C образец.

После диффузии никеля образцы травились в чистой HNO₃ для снятия остатков никеля в течение 60 секунд, а затем в полирующем травителе в течение 20 секунд, и механически полировались.

Диффузия марганца проводилась из газовой фазы в откачанных кварцевых ампулах с остаточным давлением не более P~10⁻³ Па. Диффузия проводилась при температуре T=1300°C. Время диффузии - 30 минут. В качестве диффузанта был использован металлический марганец с чистотой 99,999 %. Диффузия проводилась по технологии [3,4] позволяющей исключить сильную эрозию поверхности образцов, которая имеет место при обычной технологии диффузии. После легирования марганцем, образцы шлифовались со всех сторон по 50 мкм, чтобы удалить поверхностный слой силицидов марганца [5] и механически полировались.

Для получения контрольных образцов (Si <контрольный>) проводилась такая же термическая, химическая и механическая обработки, как и для «диффузионных» образцов.

Электрические параметры образцов определялись методом эффекта Холла. Для всех образцов контакты были получены методом химического осаждения никеля из гипофосфитного раствора [6].

Оценка содержания кислорода (концентрации атомов оптически активного междоузельного кислорода N_o^{опт}) производилось по спектрам ИК-пропускания в области 9 мкм (1106 см⁻¹), измеренным на инфракрасном спектрометре ФСМ-1202 при комнатной температуре [7].

Оценка концентрации N_o^{опт} производилась по известным формулам [8-9].

$$N_o^{OPT} = 3.3 \cdot 10^{17} \cdot \frac{1}{d} \cdot \ln \frac{I}{I_0} \quad (1)$$

Где I и I₀ - интенсивности падающего и прошедшего света, d-толщина образца.

Экспериментальные результаты:

Электрические параметры (T=300K) и концентрация кислорода в исходных образцах показаны в таблице 1.

Таблица 1. Средние значения параметров исходных образцов.

Исходный материал	Тип	ρ , Ом·см	μ , см ² /В·с	Концентрация носителей заряда, N _o ^{опт} , см ⁻³	Концентрация оптически активного кислорода, N _o ^{опт} , см ⁻³
КДБ-3	р	3.2	252	$7.7 \cdot 10^{15}$	$5.7 \cdot 10^{17}$
КДБ-5	р	4.7	329	$4 \cdot 10^{15}$	$5.7 \cdot 10^{17}$
КЭФ-100	п	97	1340	$4.8 \cdot 10^{13}$	$5.7 \cdot 10^{17}$

Зависимость относительной величины пропускания света исходных образцов (до диффузии Ni и Mn) в области 9 мкм (1106 см⁻¹) от длины волны падающего излучения показана на рисунке 1.

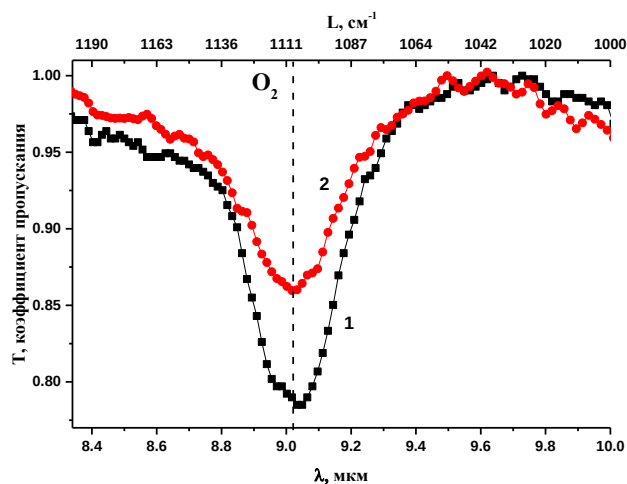


Рис. 1. Зависимость величины пропускания света исходных образцов от длины волны падающего излучения. 1. Чохральский 2. Бестигельный зонный плавки.

Обсуждение результатов:

1. Взаимодействие примесей Ni и кислорода.

После диффузии никеля концентрацию междоузельного оптически активного кислорода в образцах кремния измеряли Фуре-спектрометром в области 9 мкм (1106 см⁻¹) (рис. 3).

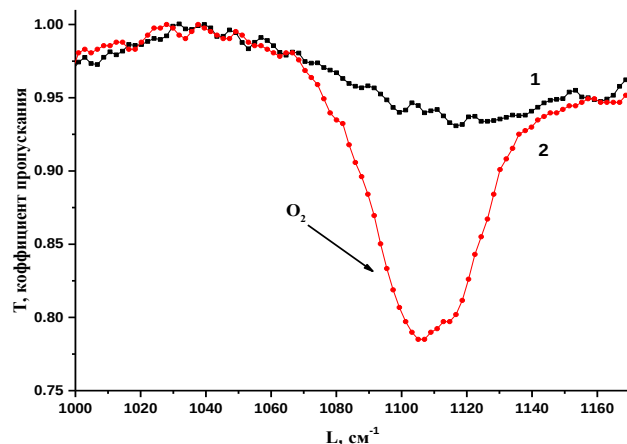


Рис. 3. - Зависимость пропускания образца от длины волны падающего излучения (1 – легированный никелем, 2 - контрольный образец).

Для примера концентрация оптически активного кислорода после диффузии Ni была рассчитана по имеющимся данным:

1) Для легированных никелем образцов - Si<Ni>, полученных на базе КЭФ-100.

$$N_o^{OPT} = 3.3 \cdot 10^{17} \cdot \frac{1}{d} \cdot \ln \frac{I}{I_0} = 1.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3} \quad (2)$$

2) Для контрольных образцов - Si <контрольный>

$$N_o^{OPT} = 3.3 \cdot 10^{17} \cdot \frac{1}{d} \cdot \ln \frac{I}{I_0} = 4.9 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3} \quad (3)$$

3) Относительное изменение концентрации кислорода в образцах Si <Ni> относительно контрольных $(N_o^{OPT(контрольный)} - N_o^{OPT(Ni)}) / N_o^{OPT(контрольный)} = (4.9 \cdot 10^{17} - 1.8 \cdot 10^{17}) / 4.9 \cdot 10^{17} = 0.6$

Таким образом, легирование кремния никелем приводит к уменьшению концентрации оптически активного кислорода на 60 %.

Для материала КДБ-5 получены аналогичные результаты.

Эти результаты могут быть объяснены химическим взаимодействием атомов никеля и кислородных оптически активных центров, что приводит к их частичному разрушению.

Параметры образцов после диффузии Ni показаны в таблице 2. Из таблицы видно, что электрические параметры образцов меняются слабо.

Таблица 2. Параметры образцов после диффузии Ni.

Исходный материал	примесь	Тип	ρ , Ом·см	μ , см ² /В·с	Концентрация носителей заряда, N_0^{opt} , см ⁻³	Концентрация оптически активного кислорода, N_0^{opt} , см ⁻³
КДБ-5	Ni	p	5.6	336	$3.3 \cdot 10^{15}$	$1.8 \cdot 10^{17}$
КДБ-5	контроль	p	5.4	340	$3.2 \cdot 10^{15}$	$4.9 \cdot 10^{17}$
КЭФ-100	Ni	p	$3 \cdot 10^2$	223	$9.3 \cdot 10^{12}$	$2.5 \cdot 10^{17}$
КЭФ-100	контроль	p	115	1390	$3.9 \cdot 10^{13}$	$5.4 \cdot 10^{17}$

2. Взаимодействие примесей Mn и кислорода.

После диффузии марганца концентрацию междоузельного оптического активного кислорода в образцах кремния измеряли Фуре спектрометром в области 9 мкм (1106 см^{-1}) (Рис.4).

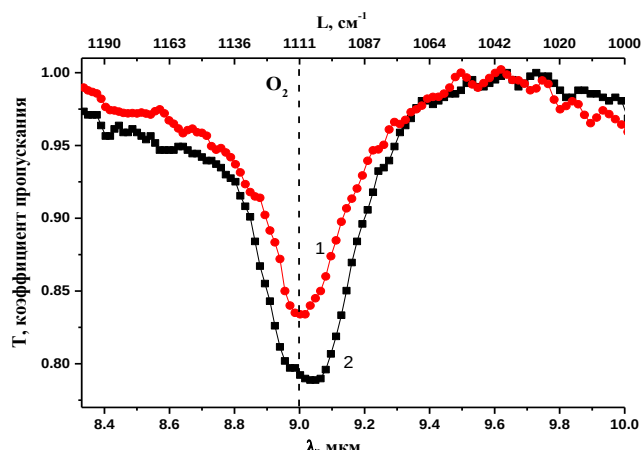


Рис. 4. - Зависимость пропускания света образцов, легированных марганцем, от длины волны падающего излучения. 1 - Si<Mn>, 2 - контрольный образец.

Параметры образцов после диффузии Mn показаны в таблице 3.

Таблица 3. Параметры образцов после диффузии Mn.

Исходный материал	примесь	Тип	ρ , Ом·см	μ , см ² /В·с	Концентрация носителей заряда, см ⁻³	Концентрация оптически активного кислорода, N_0^{opt} , см ⁻³
КДБ-3	Mn	p	4.5	218	$6.4 \cdot 10^{15}$	$3 \cdot 10^{17}$
КДБ-3	контроль	p	3.2	252	$7.7 \cdot 10^{15}$	$3.15 \cdot 10^{17}$

Из таблицы 3 видно, что электрические параметры образцов также меняются слабо.

Концентрация оптически активного кислорода после диффузии Mn была рассчитана по имеющимся данным (для образцов на основе КДБ-3):

Для легированных марганцем образцов - Si<Mn>

$$N_0^{opt} = 3.3 \cdot 10^{17} \cdot \frac{1}{d} \cdot \ln \frac{I}{I_0} = 3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3} \quad (4)$$

2) Для контрольных образцов - Si <контрольный>

$$N_0^{opt} = 3.3 \cdot 10^{17} \cdot \frac{1}{d} \cdot \ln \frac{I}{I_0} = 3.15 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3} \quad (5)$$

3) Относительное изменение концентрации N_0^{opt} в

образцах Si <Mn> и относительно контрольных $(N_0^{opt(контрольный)} - N_0^{opt(Mn)}) / N_0^{opt(контрольный)} = (3.15 \cdot 10^{17} - 3 \cdot 10^{17}) / 3.15 \cdot 10^{17} = 0.05$

Таким образом, легирование кремния марганцем приводит к уменьшению концентрации оптически активного кислорода на 5%.

Эти результаты также могут быть объяснены химическим взаимодействием атомов марганца и кислородных оптически активных центров, однако из-за низкой растворимости марганца в кремнии при температуре диффузии эффект воздействия мал [10].

Заключение. На основании экспериментов можно сказать, что концентрация кислорода в кремнии легированном никелем и марганцем уменьшается. Концентрация кислорода, в образцах, легированных никелем уменьшается на 60%, а легированных марганцем только на 5%. Эти результаты могут быть объяснены химическим взаимодействием атомов никеля и марганца и кислородных оптически активных центров, однако из-за низкой растворимости марганца в кремнии при температуре диффузии эффект его воздействия мал.

Мы рекомендуем использовать диффузионного метода легирования никелем для получения материалов на основе кремния с высокостабильными при термообработках электрическими параметрами для создания солнечных элементов и электронных устройств различного назначения.

Литература

1. Мильвидский М.Г., Чалдышев В.В., Наноразмерные атомные кластеры в полупроводниках – новый к формированию свойств материалов. Обзор // Физика и техника полупроводников. -Россия, 1998. Т.32. Вып 5. -С. 513-522.
2. Bakhadyrkhanov M.K., Mavlonov G.Kh., Isamov S.B., Iliev Kh.M., Ayupov K.S., Saparniyazova Z.M., and Tachilin S.A. Transport Properties of Silicon Doped with Manganese via Low Temperature Diffusion // Inorganic Materials. 2011. Vol. 47, №. 5, -P. 479-483.
3. Bakhadyrkhanov M.K., Isamov S.B., Zikrillayev N.F., Tursunov M.O. Anomalous Photoelectric Phenomena in Silicon with Nanoclusters of Manganese Atoms // Semiconductors. 2021. Vol. 55, №. 6. -P. 636-639.
4. Iliev H.M., Tursunov M.O., Koveshnikov S.V., Z.B. Research of properties of silicon with binary nanoclusters with participation of Mn and Se atoms // Euroasian Journal of Semiconductors Science and Engineering. 2020. Vol. 2, №. 2, -P. 53-58.
5. Абдурахманов К.П., Витман Р.Ф., Куликов Г.С., Лебедев А.А., Утамурадова Ш.Б., Юсупова Ш.А. Диффузионная профили марганца в кремнии с различным содержанием кислорода. // 1994. Т. 28. вып. 1. -С.86-90.
6. Бабич М.Б., Белецкан Н.И., Венгер Е.Ф. Кислород в монокристаллах кремния. // Киев. 1997.
7. Утамурадова Ш.Б., Эргашев Р.М., Матжонов Х.Ж. ИК-спектроскопия кремния, легированного оловом и марганцем. // Физика и полупроводников и микроэлектроника. -Тошкент: 2019. Т. 1. вып. 1. -С. 27-31
8. Kazuhisa Torigoe, Toshiaki Ono. Formation of thermal donor enhanced by oxygen precipitation in silicon crystal // Journal of Applied Physics. 2020. Vol. 10, №. 045019, -P. 1-5.

9. Bakhadirkhanov M.K., Iliev Kh.M., Tursunov M.O., Isamov S.B., Koveshnikov S.V., Majitov M.Kh. Electrical Properties of Silicon Doped with Manganese via High-Temperature Diffusion // Inorganic Materials. 2021. Vol. 57. №. 7. -P. 655-662.

10. Ismailov K.A., Iliev X.M., Tursunov M.O., Ismaylov B.K. Formation of complexes consisting of impurity Mn atoms and group VI elements in the crystal lattice of silicon. // Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics. 2021, Vol. 24, №. 3, -P. 255–260.

РЕЗЮМЕ. Бинар наноконкомплекслари ўз ичига олган кремнийнинг электр хоссалари аъъанавий ярим ўтказгичлардан, шу жумладан турли хил киришма атомлари билан легирланган кремнийдан оптик ва электр хусусиятлари билан фарқ қилиши кўрсатилди. Юқори ҳароратларда марганец ва никел киририлганда кремний ҳосил қилувчи наноконкомплекслар оптик фаол кислородга таъсир қилиши ҳақида келтириб ўтилган. Олинган натижалар шуни кўрсатадики, марганец ва никел легирланган намуналарда оптик фаол кислород концентратсиясининг камайишига олиб келади.

РЕЗЮМЕ. Было показано, что электрические свойства кремния, содержащего бинарные наноконкомплекс, отличаются от свойств обычных полупроводников, в том числе кремния, легированного различными примесными атомами, с оптическими и электрическими свойствами. Сообщалось, что наноконкомплекс, которые образуют кремний, когда марганец и никель вводятся при высоких температурах, влияют на оптический активный кислород. Полученные результаты показывают, что легирование марганца и никеля способствуют уменьшению концентрации оптически активного кислорода.

SUMMARY. It was shown that the electrical properties of silicon containing binary nanocomplexes differ from the properties of conventional semiconductors, including silicon doped with various impurity atoms, with optical and electrical properties. It has been reported that nanocomplexes, which form silicon when manganese and nickel are introduced at high temperatures, affect optically active oxygen. The results obtained show that doping of manganese and nickel contributes to a decrease in the concentration of optically active oxygen.

TRIGONOMETRIYALIQ TENLEMELE RÚZIWDE QATNASATUGIN ANLATPALAR HÁM OLARDI TÚRLENDIRIW USILLARI

G.Izetaeva – *pedagogika ilimleri boyınsha filosofiya doktori*

N.Djanxodjaev – *stajor oqıtuwshı*

V.Erejepova – *erkin izleniwshi*

F.Kewnimjaeva – *student*

Berdaq atındaǵı Qaraqalpaq mámleketlik universiteti

Tayanch sózlar: trigonometriya, trigonometrik tenglamalar, trigonometrik funksiyalar, trigonometrik funksiyalarning ko'paymalarini qo'shish formulalari, irratsional, radianlar.

Ключевые слова: тригонометрия, тригонометрические уравнения, тригонометрические функции, тригонометрические уравнения, формулы сложения произведения тригонометрических функций, иррациональный, радиан.

Key words: trigonometry, trigonometric equations, trigonometric functions, trigonometric equations, formulas for adding the product of trigonometric functions, irrational, radian.

Házirgi waqıtta mekteplerde trigonometriya óz aldına pán retinde úyretilmeydi. Biraqta mektep matematika kursınıń geometriya, algebra hám elementar funkciyalarga arnalǵan bólimlerinde trigonometriyalıq, funkciyalarga ayrıqsha kewil bólinedi.

Biz tómende trigonometriyanıń birneshe ayırım áhmiyetli sorawlarına toqtap ótemiz. Usınıń menen birge-likte mektep oqıwǵı kólemindegi programmalıq material, belgili dep esaplanadı.

Biz berilgen múyeshtiń trigonometriyalıq funkciyasınıń anıqlamasın jaqsı bilemiz. Biraqta algebrada úyreniletuǵın barlıq elementar funkciyaları sıyaqlı trigonometriyalıq funkciyada aqırında sanlı argumenttiń funkciyası túrinde qaraladı. Kópshilik waqıtlarda oqıwshılarda «aytayıq berilgen sannıń sinusı degenimiz ne?» degende túsinbewshilikler payda boladı.

Adette $\sin \pi$ degenimiz ne degen sorawǵa birden $\sin \pi = 0$ degen juwap beriledi. Biraqta sóz $\sin \pi$ shaması nege teń ekenligi haqqında emes, al bul simvol neni bildiredi, $\sin \pi$ jazıwın qalay túsiniw kerekligi haqqında baradı. Atap aytqanda π sanınıń sinusı, yaǵnıy $\sin \pi$, π radianlı múyeshtiń sinusı boladı, yaǵnıy 0 -múyeshtiń sinusı.

Biz sanlı argumenttiń trigonometriyalıq funkciyaların anıqlamalarına ástelik penen kelemiz. Dáslep bul funkciyalar erikli (on yamasa teris) múyeshtiń funkciyaları túrinde anıqlanadı. Onnan keyin múyeshterdi radianlarda ólshew kiritilgen soń hárbir haqıyqı a sanına, a radianlı bazı bir múyeshtiń shamasın sáykeslendiriwge múmkinshilik beriledi hám kerisinshe, hárbir múyeshke bir mánili anıqlanǵan haqıyqıy san, radiandaǵı onıń shaması sáykeslendiriledi. Endi biz sanlı argumenttiń trigonometriyalıq funkciyasın anıqlawımız múmkin. a sanınıń trigonometriyalıq funkciyası a radian shaması menen berilgen múyeshtiń usı trigonometriyalıq funkciyası boladı. Solay etip, berilgen san boyınsha oǵan sáykes múyeshti tabamız, al hárbir múyesht ushın trigonometriyalıq funkciyalar anıqlanǵan.

Demek, misalǵa $\sin 0$ -bul 0 radianlı múyeshtiń sinusı. Basqasha aytqanda biz Oxy koordinata sistemasın alıp, onnan orayı koordinata basında jatqan birlik sheńberge

sonday M tochkasın tabıw kerek. Onda $\overrightarrow{OM}$ vektorı Ox kósheriniń on baǵıtı boyınsha, saat tiline qarama qarsı ólsheńetuǵın 0 radianlı múyesht jasawı (≈ 578) kerek. Sol waqıtta M tochkasınıń ordinatası 0 radianlı múyeshtiń sinusı boladı, yaǵnıy ol $\sin 0$ ǵa teń.

Solay etip, trigonometriyalıq funkciyalardan anıqlap anıqlamasında hesh qanday múyesht qatnaspaydı - sanlar arasındaǵı sáykeslikler ornatıladı. Múyeshterdi paydalanıw tek qosımsha, aralıq etaplar boladı. Bul tek metodikalıq kóz qarastan ǵana májbúriy kiritiledi.

Trigonometriyada formulaların kópigi, onı úyreniwdi júdá qıynlastradı. Eń áhmiyetlisi mektep programmasında kórsetilgen barlıq trigonometriyalıq qatnaslardı bilip alıw, talqılaw hám olardı dálillewge pikir júrgiziw zárúr. Sol nárseni este saqlaw kerek, kerekli formulanı keltirip shıǵarıw formulardı ápiwayı yadın biliwge qaraǵanda úlken jetiskenlik boladı.

Egerde $\sin x, \cos x, \operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x$ funkciyalarınń tiykarǵı qásiyetlerin hám anıqlamaların, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ qatnasın hám qosıw formulaların anıq túrde bilesek, onda trigonometriyalıq formulaların ishinen qálegenin jeterli dárejede tez alıwǵa boladı. Usı tiykarda (bazada) keltiriw formulların, trigonometriyalıq funkciyalarınń kóbeymesin qosındıǵa túrlendiriw formulaların hám kerisinshe h.t.b. Jeńil túrde keltirip shıǵarıwǵa boladı.

Shında da, meyli, bizge misalǵa yarım argumenttiń sinusınıń formulası kerek bolsın. Qosıw formulası hám $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ qatnası boyınsha birden tómendegilerdi jazıwǵa boladı.

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = \\ &= \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = (1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}) - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2}\end{aligned}$$

$$\text{Bunnan } \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}, \text{ yaǵnıy } \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad (1)$$

Tap usıǵan uqsas yarım argumenttiń kosinusında keltirip shıǵarıwǵa boladı.