

и, кроме того, $\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ удовлетворяет краевым условиям (2). Для отклонения $\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ от $\mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0)$ для всех $m = 1, 2, \dots$ справедлива оценка

$$|\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0) - \mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0)| \leq \mathbf{Q}^m (\mathbf{E} - \mathbf{Q})^{-1} \beta(\mathbf{x}_0). \quad (11)$$

Отметим, что заданное интегро-дифференциальное уравнение эквивалентно уравнению

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + \int_0^t \mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}(\tau), \int_0^{\tau} \mathbf{g}(s, \mathbf{x}(s)) ds \right) d\tau. \quad (12)$$

Поэтому из (9) и (12) следует, что решение $\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ уравнения (9), проходящее при $t = 0$ через точку $\mathbf{x}_0 \in D_\beta$ является решением краевой задачи (1), (2), как только вектор-функция (10) при $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ обращается в нуль: $\Delta(\mathbf{x}_0) = 0$. Следовательно, при выполнении условий теоремы 1 можно установить справедливость следующего утверждения.

Теорема 2. Если выполняются условия теоремы 1, то для того, чтобы решение $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*(t)$ интегродифференциального уравнения (1), проходящее при $t = 0$ через точку $\mathbf{x}^*(0) = \mathbf{x}_0$ являлось и решением задачи (1), (2), необходимо и достаточно, чтобы определяющая функция $\Delta(\mathbf{x}_0)$, определяемая равенством (10), в точке $\mathbf{x}_0$ обращалась в нуль: $\Delta(\mathbf{x}_0) = 0$, где $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ - предельная функция последовательности функций (8). В этом случае $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ и для отклонения $\mathbf{x}^*(t)$ от приближенного решения $\mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0)$ вида (8) верна оценка (11).

Литература

1. Быков Я. В. О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений. - Фрунзе: Киргизский государственный университет. 1957. - С. 328.
2. Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems. - Utrecht; Boston: WSP, 2004. - P. 317.
3. Мынбаева С. Т., Станжицкий А. Н., Марчук Н. А. Усреднение в краевых задачах для систем интегро-дифференциальных уравнений // Укр. мат. журн. - 2020. - 72, № 2. - С. 245-266.
4. Юлдашев Т. К. Обыкновенное интегро-дифференциальное уравнение с вырожденным ядром и интегральным условием // Вестник Сам. гос. техн. ун-та. Серия физ. - мат. науки, 2016. 20, № 4. - С. 644-655.
5. Пархимович И. В. Многоточные краевые задачи для линейных интегро-дифференциальных уравнений в классе гладких функций // Дифф. уравнения, 1972. - 8, № 3. - С. 549-552.
6. Джумабаев Д. С. Необходимые и достаточные условия разрешимости линейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма. // Укр. мат. журн. - 2014. - 66, № 8. - С. 1074-1091.
7. Самойленко А. М., Ронто Н. И. Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений. - Киев: "Наук. Думка", 1992, - С. 280.
8. Самойленко А. М., Мартынюк С. В. Обоснование численно-аналитического метода последовательных приближений для задач с интегральными краевыми условиями // Укр. мат. журн. - 1991. 43, № 9. - С. 1231-1239.

РЕЗЮМЕ

Ушбу маколада функционал чегаравий шартларга эга Фредгольмнинг интегро-дифференциал тенгламаларининг чизикли бўлмаган системаси ечимларини текшириш ва тақрибий топиш учун кетма-кет яқинлашишларнинг сонли-аналитик усули асосланилади.

РЕЗЮМЕ

В статье даётся обоснование численно-аналитического метода последовательных приближений для исследования и приближенного построения решений нелинейной системы интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма с функциональными краевыми условиями.

SUMMARY

The article deals with the substantiation of the numerical-analytic method of successive approximations for the study and approximate construction of solutions of a nonlinear system of Fredholm integro-differential equations with functional boundary conditions.

НЕКОТОРЫЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОВМЕСТИМОСТИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

А.О.Отаров - кандидат физико-математических наук, профессор

К.М.Хамитова, С.Б.Медетбаева - студенты

Каракалпакский государственный университет имени Бердаха

Т.М.Таджиев – сотрудник учебной части

Нукусский государственный педагогический институт имени Ажинияза

Таянч сўзлар: сингуляр ажратиш, нормаль псевдоечим, псевдо тескари матрица, айниган матрица, сингуляр сонлар, ортогонал матрица, евклидлик нормасы, хос кийматлари, кенгайтирилган матрица.

Ключевые слова: сингулярное разложение, нормальное псевдорешение, псевдообратная матрица, неособетанная матрица, сингулярные числа, ортогональная матрица, евклидова норма, собственные значения, расширенная матрица.

Key words: singular decomposition, normal pseudo-solution, pseudoinverse matrix, nonsingular matrix, singular numbers, orthogonal matrix, Euclidean norm, eigenvalues, extended matrix.

Решение системы линейных алгебраических уравнений СЛАУ с квадратными матрицами принадлежит к числу классических задач вычислительной математики. Решение систем с прямоугольными матрицами в настоящее время имеет не только теоретическое, но и практическое значение. С необходимостью решения систем с прямоугольными матрицами приходится сталкиваться как при решении задач численного анализа,

так и в чисто прикладных задачах (например, при обработке наблюдений по способу наименьших квадратов, при решении систем с квадратной плохо обусловленной матрицей коэффициентов и т.д.).

Рассмотрим СЛАУ вида

$$Ax = b, \quad (1)$$

где A – прямоугольная матрица размером $m \times n$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ – вектор – столбец неизвестных, $b = (b_1, b_2, \dots, b_m)'$ – вектор – столбец правой части, знак штрих обозначает транспонирование.

Решению СЛАУ (1) должно предшествовать предварительное исследование вопроса о совместности или несовместности этой системы. Этот вопрос полностью решается теоремой Кронекера – Капелли [1,2,3], которая утверждает, что СЛАУ (1) совместна тогда и только тогда, когда ранг расширенной матрицы равен рангу матрицы A .

Пусть $r = r(A)$ есть ранг матрицы A системы (1). Тогда можно сделать следующие выводы.

1. Если $r = m = n$, то система (1) совместна и имеет единственное решение. В этом случае систему (1) называют вполне определённой.

2. Если $r = n < m$, то система (1) будет несовместной. Однако в этом случае вводят понятие обобщённого решения. Обобщённым решением переопределённой системы (1) называется вектор u , удовлетворяющий условию

$$\|b - Au\|^2 = \min_x \|b - Ax\|^2,$$

где использованы евклидовы нормы. Поскольку в этом случае $r = n < m$, то обобщённое решение единственно.

Если система (1) имеет классическое решение, то оно совпадает с обобщённым, и при этом $\min_x \|b - Ax\|^2 = 0$.

3. Если $r = m < n$, то система (1) имеет решение при любом b , но оно не единственно, так как $n - r > 0$. В этом случае также ставят вопрос о выборе из всего множества решений такого, которое было бы наилучшим в каком – то смысле. Например обобщённое решение x_H с наименьшей евклидовой нормой

$$\|x_H\| = \min \|u\|$$

называют обобщённым нормальным решением или нормальным псевдорешением. Отметим, что всегда существует нормальное псевдорешение и оно единственно [1,2,3]. Система (1) при $r = m < n$ называются недоопределённой.

4. Если $r < n, r < m$ (неопределённая система), то в этом случае $n - r > 0$. Поэтому можно говорить только об обобщённом решении, но так как оно не единственно, то естественно поставить вопрос об обобщённом нормальном решении.

Рассмотрим теперь вопрос о вычислении ранга матрицы. Во – первых вычисление ранга произвольной матрицы большого порядка известными методами, например способом последовательного перехода от миноров меньших порядков к минорам больших порядков, даже при использовании современной вычислительной техники, является довольно трудной задачей. Во – вторых, в условиях приближённых данных, которые искажены случайными помехами и погрешностями измерений, точное определение ранга матрицы не имеет смысла. Во – третьих, в основе понятия ранга лежит линейная независимость строк или столбцов матрицы, т.е. свойство, которое нарушается при сколь угодно малых возмущениях матрицы. Поэтому задача вычисления

ранга матрицы является численно неустойчивой задачей.

В связи с указанными обстоятельствами, в последнее время для вычисления ранга произвольной матрицы используются другие методы [1,2,3]. Рассмотрим некоторые из этих методов.

Известно [1,2,3], что любую действительную $m \times n$ – матрицу A можно представить в виде

$$A = U \Sigma V', \quad (2)$$

где U – ортогональная $m \times m$ матрица, V – ортогональная $n \times n$ матрица, а Σ – диагональная $m \times n$ матрица, которой $\sigma_{ij} = 0$ при $i \neq j$ и $\sigma_{ii} = \sigma_i \geq 0$. Величины σ_i называются сингулярными числами матрицы A , столбцы матриц U и V – левыми и правыми сингулярными векторами, а представление матрицы A в виде (2) называется её сингулярным разложением.

Если матрица диагональная, то ясно, что её ранг равен числу ненулевых диагональных элементов. Если независимая система векторов умножается на ортогональную матрицу, то полученная система по – прежнему независима. Другими словами, ранг произвольной матрицы A равен рангу диагональной матрицы Σ в её сингулярном разложении. Следовательно, практичным было бы определение ранга матрицы как количества ненулевых сингулярных чисел.

Хотя нахождение сингулярных чисел матрицы также трудоёмко [2,3], описанный способ гораздо более предпочтителен в силу существенно лучшей устойчивости к погрешностям вычислений и большей адекватности ответа.

В связи с вышеизложенными обстоятельствами, возникает вопрос, существует ли какой – либо систематический метод определения совместности или несовместности данной СЛАУ. Такой метод действительно существует и может быть описан следующим образом. Вместе с системой (1) рассмотрим сопряжённую ей однородную систему

$$A'y = 0, \quad (3)$$

где A' матрица размера $n \times m$, транспонированной по отношению к матрице A размера $m \times n$: $\{A'\}_{ij} = \{A\}_{ji}$ для всех i, j .

Пусть $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})'$ – какое – либо решение системы (1), а $y^{(0)} = (y_1^{(0)}, y_2^{(0)}, \dots, y_m^{(0)})'$ – какое – либо решение системы (3), т.е. выполняются равенства $Ax^{(0)} = b$ и $A'y^{(0)} = 0$. Умножая первое из них скалярно на вектор $y^{(0)}$, а второе на вектор $x^{(0)}$, имеем

$$(y^{(0)}, Ax^{(0)}) = (y^{(0)}, b), (x^{(0)}, A'y^{(0)}) = 0 \quad (4)$$

Тогда согласно основному правилу транспонирования, получим

$$(y^{(0)}, Ax^{(0)}) = (x^{(0)}, A'y^{(0)}) \quad (5)$$

Поэтому из (4) следует $(y^{(0)}, b) = 0$ (6)

Таким образом, можно придти к следующим результатам: для того чтобы система (1) имела решение, необходимо, чтобы расположенный в её правой части заданный вектор b был ортогонален к каждому из решений однородной системы (3).

Можно показать, что это условие является не только необходимым, но и достаточным. Оно представляет собой поэтому некоторый общий принцип, позволяю-

щий разрешить все вопросы о совместности заданной системы линейных уравнений.

Этот общий принцип в каждом отдельном случае по-разному применяется:

1) может случиться, что сопряжённая система (3) совсем не имеет решений кроме тождественно равного нулю. В этом случае не получаем никакого условия совместности, что означает, что заданная система (1) совместна при любых значениях правой части;

2) возможно, что сопряжённая система (3) имеет одно и только одно решение (не считая тривиального решения $y = 0$), определённое с точностью до произвольного множителя ввиду однородности системы. В этом случае вектор правой части заданной системы (1) должен удовлетворять одному условию совместности:

Литература

1. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. – М.: “Наука”, 1977.
2. Лоусон И., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. – М.: “Наука”, 1986.
3. Форсайт Дж., Малькольм М., Моултер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: “Мир”, 1980.

Маколада ҳақийқий матрицанинг сингуляр ажратишнинг ҳоқлаган чизикли алгебраик тенгламалар системасини ва энг қи-чик квадратларнинг чизикли масаласини ечиш, аниқловчиларни ҳисоблаш ва айниган матрицаларни топиш, матрицаларнинг аниқловчиларини ва рангини ҳисоблаш масалаларини ечишга қўлланишлари келтирилади. Шунингдек, матрицанинг сингуляр ажратишнинг кўрсатилган масалаларни, ўларни ечишнинг бошқа усуллари билан таққослаганда, энгил ечишга мумкинлик шешиўге имконият берадигани кўрсатилган.

В статье приводится применение сингулярного разложения действительной матрицы для решения произвольной системы линейных алгебраических уравнений и линейной задачи наименьших квадратов, вычисления определителей и нехождения вырожденных матриц, вычисления собственных значений и ранга матриц. Показано также, что сингулярное разложение матрицы позволяет легко решить указанные задачи по сравнению с другими методами их решения.

The article describes the application of the singular decomposition of a real matrix for solving an arbitrary system of linear algebraic equations and the linear least-squares problem, calculating determinants and not finding degenerate matrices, calculating eigenvalues and matrix rank. It is also shown that the singular decomposition of the matrix makes it easy to solve these problems in comparison with other methods for solving.

РЕЗЮМЕ

РЕЗЮМЕ

SUMMARY

Texnika

УДК 62.5

КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ МИКРОКЛИМАТОМ ТЕПЛИЦЫ НА БАЗЕ МИКРОКОНТРОЛЛЁРА ATMEGA 8.

Ё.Б.Кадилов – доктор философии технических наук

А.Р.Самадов – ассистент преподаватель

Навоийский государственный горный институт

И.И.Каландаров – доктор философии технических наук, доцент

Нукусский филиал Навоийского государственного горного института

Таянч сўзлар: avtomatik boshqarish tizimi, ATMEGA 8, issiqxonadagi harorat, sxemalar diagrammasi, PID blok-sxemasi, Matlab, Simulink

Ключевые слова: система автоматического управления, ATMEGA 8, температура в теплице, принципиальная схема, структурная схема ПИД, Matlab, Simulink.

Key words: automatic control system, ATMEGA 8, greenhouse, temperature, circuit diagram, block diagram of the PID, Matlab, Simulink.

Теплицы относятся к числу наиболее энергоёмких и экономически эффективных производств. Тепличное производство — это надёжное производство энергии вместе с высокой возможностью её экономии, а также полным сервисным обслуживанием генерирующего оборудования, являясь ключевым фактором, дающим конкурентное преимущество. Когенерационные установки позволяют одновременно вырабатывать и поставлять в теплицу электро- и теплоэнергию, а также CO₂. Электричество в основном используется для искусственного освещения или подаётся в сеть для ассимиляции. Горячая вода с высокой температурой, подаётся в систему отопления теплицы. А CO₂ производится путем очистки газа установки с помощью специальной структуры фильтров и используется для полива растений с целью повышения эффективности урожайности [1]. Все параметры основываются в управлении с помощью единой системой управления для каждого отдельного тепличного производства, в которых выращиваются разновидности растений. Контроллер установки полностью контролирует все развитие растений,

включая рекуперацию тепла, CO₂ и искусственное освещение, позволяет эффективно управлять работой поставляемого оборудования. Эффективность когенерационных установок в тепличных производствах доказана практическим применением во всём мире и в Узбекистане [2].

Известно, когда воздух становится холоднее, он становится тяжёлым. Тогда, холодный воздух в теплицах всегда распространяется по полу. При раскрытых настежь дверях в теплицах растения испытывают холодный воздух. С той только разницей, что перепад температур для них может обернуться гибелью. В умной теплице создаём систему проветривания без сквозняков, которая позволит улучшить производительность и рентабельность.

При морозе и дожде форточки открываются и закрываются автоматически. Главную роль в управлении играет расширенное контроллерное управление с орошением. Система работает с капельными установками. Пользователи имеют возможность устанавливать любое количество поливочного состава для каждого растения.