

**ELEKTR MAYDONIGA KIRITILGAN KVANT GARMONIK OSSILLATORI
ASOSIY HOLATI ENERGIYASINI HISOBLASHNING TAQIRIBIY METODLARI**

B.Yavidov – fizika-matematika fanlari doktori
N.Ashirova, M.Sultanova, D.Rustamov – studentlar
Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika instituti

Tayanch soʻzlar: kvant garmonik ossilyator, elektr maydoni, Shryodinger tenglamasi, gʻalayonlanish nazariyasi, variatsion yondashuv.

Ключевые слова: квантовый гармонический осциллятор, электрическое поле, уравнение Шредингера, теория возмущения, вариационное приближение.

Key words: quantum harmonic oscillator, electric field, Schrödinger equation, perturbation theory, variation approach.

I. Kirish

Fan va texnikada tebranma harakatning tutgan oʻrni benihoyat katta. Tebranma harakat qonuniyatlarini negizida ishlaydigan asbob-uskunalar insoniyat taraqqiyotida hamon muhim ahamiyat kasb etadi. Fizika fanini oʻqitishda ham tebranma harakat va unga doir qonuniyatlarni mexanika, molekular fizikasi va termodinamika, elektr va magnetizm, optika hamda atom va yadro fizikasi boʻlimlarida ham uchratish mumkin. Tebranma harakatning eng sodda koʻrinishi bu garmonik tebranuvchi fizikaviy tizimdir. Garmonik tebranuvchi tizim (ossilyator) fizikada atroflicha oʻrganiladi. Fizika va astronomiya oʻqitish metodikasi yoʻnalishi boʻyicha taʼlim oluvchi studentlarga Nazariy fizika kursining “Kvant mexanikasi” kursida garmonik ossilyator kvant tamoyillari negizida oʻqitilishi koʻzda tutilgan. Davlat taʼlim standartlariga muvofiq “Kvant mexanikasi” kursida garmonik ossilyator uchun Shryodinger tenglamasi tuzilib, u yechilishi va topilgan yechim yaʼni toʻlqin funksiyani ehtimollik-statistik talqin qilinishi, diskret energiya spektri olinishi lozim. Mazkur jarayon mavjud oʻquv adabiyotlarida keng va toʻlalgicha yoritilgan. Ammo, shuni ham esdan chiqarish lozimki, garmonik ossilyator - ideal tizimdir. Koʻpchilik hollarda garmonik ossilyator tashqi (elektr, magnit) maydonda boʻladi. Bunga misol qilib, elektr maydoniga kiritilgan kristallni keltirish mumkin. Bunda, kristall panjara tugunlarida joylashgan va tebranma harakat qiluvchi atom yoki ionlar tashqi elektr maydoni taʼsirida boʻladi. Elektr maydoniga kiritilgan garmonik ossilyator masalasi hamon analitik tarzda toʻliq yechilmagan. Shu sabab, masala yechilishining taqribiy usul (metod) larini rivojlantirish, usullarni dars oʻtishda qoʻllash orqali fan oʻqitilishi metodikasini takomillashtirish har doim ham dolzarb masala hisoblanadi. Ushbu maqolada elektr maydoniga kiritilgan garmonik ossilyator asosiy holati energiyasini hisoblashning taqribiy metodlari keltiriladi. Xususan, koʻp qoʻllaniladigan differensial tenglamani toʻgʻridan-toʻgʻri integrallash, gʻalayonlanish nazariyasi va variatsion usullar yordamida elektr maydoniga kiritilgan garmonik ossilyator asosiy holati energiyasi hisoblanadi.

II. Asosiy qism

Bir oʻlchamli garmonik ossilyator uchun Shryodinger tenglamasi:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{M\omega^2 x^2}{2} \psi(x) = E\psi(x) \quad (1)$$

koʻrinishda yoziladi [1:120]. Bu yerda M – ossilyator massasi, ω – ossilyator tebranish doiraviy chastotasi, $\psi(x)$ – ossilyator toʻlqin funksiyasi, E – ossilyator energiyasi. (1) tenglamani xususiy funksiyasi va xususiy qiymatlari quyidagi koʻrinishga ega:

$$\psi_n(x) = C_n e^{-\xi^2/2} H_n(\xi), \quad H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n e^{-\xi^2}}{d\xi^n},$$

$$\xi = x \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Biz bu yechimlardan keyinchalik elektr maydoniga kiritilgan garmonik ossilyator energiyasini solishtirish va tekshirish orqali topish uchun foydalanamiz. Shryodinger tenglamasini Garmonik ossilyator e elektr zaryadiga ega boʻlsa va elektr kuchlanganligi E boʻlgan tashqi elektr maydoniga kiritilsa u qoʻshimcha $W(x) = -eEx$ potensial energiyaga ega boʻladi. Natijada Shryodinger tenglama quyidagi koʻrinishga keladi:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \left(\frac{M\omega^2 x^2}{2} - eEx \right) \psi(x) = \tilde{E}\psi(x). \quad (4)$$

(4) da $\tilde{E}$ – tashqi elektr maydonida boʻlgan garmonik ossilyator energiyasi. (4) kabi tenglamani yechishni kvant mexanikasi boʻyicha masalalar toʻplamida uchratish mumkin [2:76]. Quyida biz (4) tenglama xususiy qiymati yaʼni elektr maydoniga kiritilgan kvant garmonik ossilyatori energiyasini hisoblashning usullarini bayon etamiz.

1-Metod (Shryodinger tenglamasini toʻgʻridan-toʻgʻri integrallash): (4) tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{M\omega^2}{2} \left(x^2 - \frac{2eE}{M\omega^2} x \right) \psi(x) = \tilde{E}\psi(x). \quad (5)$$

Tenglamada qavs ichi hadlaridan toʻliq kvadratni ajratamiz:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{M\omega^2}{2} \left(x^2 - 2\frac{eE}{M\omega^2} x + \left(\frac{eE}{M\omega^2} \right)^2 - \left(\frac{eE}{M\omega^2} \right)^2 \right) \psi(x) = \tilde{E}\psi(x), \quad (6)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{M\omega^2}{2} \left(\left(x - \frac{eE}{M\omega^2} \right)^2 - \left(\frac{eE}{M\omega^2} \right)^2 \right) \psi(x) = \tilde{E}\psi(x), \quad (7)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{M\omega^2}{2} \left(x - \frac{eE}{M\omega^2} \right)^2 \psi(x) - \frac{e^2 E^2}{2M\omega^2} \psi(x) = \tilde{E}\psi(x). \quad (8)$$

(8) da uchinchi hadni tenglamani oʻng tomoniga oʻtkazib

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{M\omega^2}{2} \left(x - \frac{eE}{M\omega^2} \right)^2 \psi(x) = \left(\tilde{E} + \frac{e^2 E^2}{2M\omega^2} \right) \psi(x) \quad (9)$$

va $\tilde{E}_1 = \tilde{E} + \left(e^2 E^2 / 2M\omega^2 \right)$ belgilash kiritib, quyidagi tenglamani qoʻlga kiritamiz:

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{M\omega^2}{2} \left(x - \frac{e\mathbf{E}}{M\omega^2} \right)^2 \psi(x) = \tilde{E}_n \psi(x). \quad (10)$$

(10) tenglamani

$$x_1 = x - (e\mathbf{E} / M\omega^2) \text{ va } \zeta = x_1 \sqrt{\hbar / M\omega}$$

belgilashlar kiritib (1) tenglama ko‘rinishiga keltirishimiz va undagi energiya $E_{1,n} = \hbar\omega(n + 1/2)$ orqali ifodalanishi topamiz. Biz qidirayotgan energiya ya’ni elektr maydoniga kiritilgan garmonik ossillator energiyasi esa

$$\tilde{E}_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) - \frac{e^2 \mathbf{E}^2}{2M\omega^2} \quad (11)$$

ga teng bo‘lishini topamiz. (11) dan ko‘rinib turganidek, topilgan energiya erkin garmonik ossillator energiyasi va elektr maydonining kuchlanganligi kvadratiga proporsional had qo‘shiluvchilaridan iborat.

2-Metod (G‘alayonlanish nazariyasi): G‘alayonlanish nazariyasiga binoan agar kvant mexanik tizim tashqi ta’sirlardan holi holda E_0 energiya bilan tavsiflansa va u tashqi maydonga kiritilgandan keyin biror, ma’lum shartlarni qanoatlantiruvchi, W potentsial energiya ega bo‘lsa, bu tizimning to‘liq energiyasi [1:234].

$$E = E^{(0)} + E^{(1)} + E^{(2)} + \dots \quad (12)$$

ifoda orqali topiladi. Bu yerda, $E_n^{(0)} = \hbar\omega(n + 1/2)$

g‘alayonlanmagan holat (garmonik ossillator elektr maydoniga kiritilmagan holat) energiyasi,

$$E^{(1)} = W_{00} = \langle 0 | \hat{W} | 0 \rangle \text{ va } E^{(2)} = \sum_{n \neq m} \frac{|\langle n | \hat{W} | m \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}. \quad (13)$$

$$W_{nn} = \langle n | \hat{W} | m \rangle = \langle n | -e\mathbf{E}\hat{x} | m \rangle = -e\mathbf{E} \langle n | \hat{x} | m \rangle = -e\mathbf{E} \cdot x_{n,m}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} x_{n,m} &= \langle n | \hat{x} | m \rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega}} \langle n | (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) | m \rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega}} (\langle n | \hat{a} | m \rangle + \langle n | \hat{a}^\dagger | m \rangle) = \\ &= \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega}} (\sqrt{m} \langle n | m-1 \rangle + \sqrt{m+1} \langle n | m+1 \rangle) = \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega}} (\sqrt{m} \delta_{n,m-1} + \sqrt{m+1} \delta_{n,m+1}) \end{aligned}$$

$n = 0$ uchun $x_{0,0} = \langle 0 | \hat{x} | 0 \rangle = 0$! Demak, $E^{(1)} = W_{00} = \langle 0 | \hat{W} | 0 \rangle = 0$. Endi $E^{(2)}$ ni hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} E^{(2)} &= \sum_{n \neq m} \frac{|\langle n | \hat{W} | m \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} = e^2 \mathbf{E}^2 \sum_{n \neq m} \frac{|x_{n,m}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} = \frac{e^2 \mathbf{E}^2}{2M\omega^2} \sum_{n \neq m} \frac{|\sqrt{m} \delta_{n,m-1} + \sqrt{m+1} \delta_{n,m+1}|^2}{n-m} = \\ &= \frac{e^2 \mathbf{E}^2}{2M\omega^2} \sum_{n \neq m} \frac{m \delta_{n,m-1} + 2\sqrt{m} \sqrt{m+1} \delta_{n,m-1} \delta_{n,m+1} + (m+1) \delta_{n,m+1}}{n-m} = \frac{e^2 \mathbf{E}^2}{2M\omega^2} \sum_{n \neq m} \frac{m \delta_{n,m-1} + (m+1) \delta_{n,m+1}}{n-m} = \end{aligned}$$

Yuqoridan ko‘rinib turganidek, $E^{(1)}$ va $E^{(2)}$ larni hisoblash uchun $W_{n,m} = \langle n | \hat{W} | m \rangle$ kabi matrisa ele-

mentlarini bilishimiz lozim ekan. Bu yerda $\hat{W} = -e\mathbf{E}\hat{x}$, $\hat{x} = \sqrt{\hbar / 2M\omega} (a + a^\dagger)$ bo‘lib, tebranish kvanti fo-

nonini yaratish va yo‘qotish operatorlari

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{M\omega}{2\hbar}} \hat{x} + i \frac{1}{\sqrt{2M\hbar\omega}} \hat{p}, \quad \hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{M\omega}{2\hbar}} \hat{x} - i \frac{1}{\sqrt{2M\hbar\omega}} \hat{p} \quad (14)$$

munosabatlar yordamida koordinata $\hat{x}$ va impuls operatorlari $\hat{p}$ orqali ifodalanadi. Fononni yaratish $a^\dagger$ va yo‘qotish a operatorlarining holat vektori $|n\rangle$ ga ta’siri, ular orasidagi kommutatsion munosabat va holat vektorlarining o‘zaro ortogonallik sharti quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \hat{a} | n \rangle &= \sqrt{n} | n-1 \rangle, \quad \hat{a}^\dagger | n \rangle = \sqrt{n+1} | n+1 \rangle, \\ [\hat{a}, \hat{a}^\dagger]_- &= \hat{a}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a} = 1, \quad \langle n | m \rangle = \delta_{n,m} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{Bu yerda} \quad \delta_{n,m} = \begin{cases} 1 & \text{agar } n = m \\ 0 & \text{agar } n \neq m \end{cases}. \quad (16)$$

Yuqoridagi formulalardan foydalanib g‘alayonlanish operatori matritsa elementlarini hisoblaymiz:

$$= \frac{e^2 E^2}{2M\omega^2} \sum_{n \neq m} \frac{m\delta_{n,m-1} + (m+1)\delta_{n,m+1}}{n-m} = \frac{e^2 E^2}{2M\omega^2} \left(\sum_{n \neq m} \frac{m\delta_{n,m-1}}{n-m} + \sum_{n \neq m} \frac{(m+1)\delta_{n,m+1}}{n-m} \right) =$$

$$= \frac{e^2 E^2}{2M\omega^2} \left(\frac{n+1}{n-n-1} + \frac{n}{n-n+1} \right) = -\frac{e^2 E^2}{2M\omega^2}.$$

Demak, $E^{(2)} = -\frac{e^2 E^2}{2M\omega^2}.$ (18)

U holda

$$E \approx E^{(0)} + E^{(1)} + E^{(2)} = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) - \frac{e^2 E^2}{2M\omega^2}. \quad (19)$$

III. Xulosa

Yuqorida ko'rib chiqilganidek har metodning o'ziga yarasha afzal taraflari hamda o'ziga yarasha kamchiliklari mavjud. Har bir metodni qo'llash uchun ma'lum darajada bilim va amaliy ko'nikmalar o'quvchida mavjud bo'lishi darkor. 1-metodni qo'llash uchun differensiallar va integral hisob kursi puxta o'zlashtirilgan va amaliy masalalar yechish ko'nikmasi talab qilinadi. Odatda, bunday bilimlar o'quvchilarga kvant mexanikasi kursi

boshlanishidan oldin berilgan bo'ladi. Shu sabab, bu metodni qo'llash o'quvchilarga oldin olingan bilimlarning amalda yana bir bor qo'llanishini ko'rsatadi. 1-metod nisbatan oson, ammo u bergan natijada faqat elektr maydoni kuchlanganligi kvadrati mavjud had bilan cheklangan. 2-metod ancha murakkab bo'lib, uni qo'llash uchun o'quvchi kvant mexanikasi kursining kvant mexanikasining Geyzenberg yoki matritsa ko'rinishi, ikkalamchi kvantlash, Dirak operatorlari va holatlar vektorining Gilbert fazosi kabi mavzularni puxta o'zlashtirgan bo'lishi lozim. G'alayonlanish nazariyasini qo'llash 1-metodga nisbatan qiyin bo'lgani bilan, uning afzal tarafi shuki, u 1-metoddan farqli o'laroq, energiyaga tuzatmalarning katta tartibdagi hadlarini ham hisoblash imkonini beradi. Har ikkala metod ham Nazariy fizika kursining kvant mexanikasi bo'limini o'qitishda ishlatilishi mumkin.

Adabiyotlar

1. Musaxanov M.M., Rahmatov A.S. Nazariy fizika kursi, III jild. Kvant mexanikasi. -T.: "Tafakkur bo'stoni", 2011, 325-b.
2. Гречко Л.Г., Сугаков В.И., Томасевич О.Ф., Федерченко А.М.. Сборник задач по теоретической физике. -М.: «Высшая школа», 1984, -С. 319.

REZYUME

Maqolada elektr maydoniga kiritilgan garmonik ossilyator qaralgan. Garmonik ossilyator asosiy holati energiyasini hisoblashning taqribiy usullari bayon etilgan. Xususan, energiya ikki usulda hisoblab ko'rsatilgan. Usullarni qo'llashga doir tavsiyalar berilgan.

РЕЗЮМЕ

В статье рассмотрен гармонический осциллятор, помещённый в электрическое поле. Изложены приближённые методы расчёта энергии основного состояния гармонического осциллятора. В частности, показаны два метода вычисления энергии. Даны рекомендации относительно применения методик.

SUMMARY

In the article a harmonic oscillator, placed in the electric field, is considered. Approximate methods of calculation of ground state's energy of the harmonic oscillator are given. In particular, two methods of energy calculation are presented. The author gives recommendations on applying the methods.

ҚАРАҚАЛПАҚСТАҢДА БИЛИМЛЕНДИРИҮ ТАРАҮЫН КОМПЬЮТЕРЛЕСТИРИҮ ХӘМ ЖӘМИЙЕТТИ ИНФОРМАТИЗАЦИЯЛАҮДЫҢ БАСҚЫШЛАРЫ

Х.Атаджанов – хабар технологиялары орайы бөлими баслығы

Әжинияз атындағы Нөкис мәмлекетлик педагогикалық институты

Таянч сўзлар: ахборотлаштириш, компьютер, кибернетика, КУВТ, ЭХМ.

Ключевые слова: информатизация, ЭВМ, компьютер, кибернетика, КУВТ.

Key words: informatization, ECM, computer, cybernetics, KUVT.

Елимизде компьютер технологиялары хэм интернет тармағын раўажландырыў ислерине үлкен дыққат берилип киятыр. Оқыў орынларында компьютерлер саны жылдан-жылға көбеймекте. Улыўма, ҳәр бир жәмийет интеллектуаль тәрәптен раўажланыў ушын жәмийетти зәрур хабарландырыў усыллары менен тәмийинлениўи керек. Солардың ишинде, сонғы әсирмиз ишиндеги компьютер менен тәмийинелеў зәрурлиги келип шықты [1:5, 2:10].

1968-жылы Өзбекстан Илимлер Академиясының Кибернетика институтының директоры, академик В.Кабуловтың басламасы менен Қарақалпақ мәмлекетлик педагогикалық институтына есаплаў машиналарынан пайдаланыўды үйрениў ушын физика-математика факультетин табыслы тамамлаған 10 математик хэм 10 физик жигит-қызлар Ташкент қаласына Кибернетика институтына стажировкаға қабыл етилди. Олардың ишинде: У.Хожаметова, Х.Төрениязова, Б.Султамуратов, Б.Жанназаров, С.Жолдасова, Ж.Қалбаев, Е.Нурымбетов, А.Тәжимов, К.Нурғалиев, Б.Қудайбергенов хэм тағы басқа питкерийшлер болды.

1971-жылы Нөкис қаласында биринши рет орайластырылған есаплаў орайы (ВЦ) ашылып, оған физика-математика илимлериниң кандидаты Жамырат Кутлымуратов директор болып тайынланады. Бул орайға Ташкент Политехника институтынан жәрдем ретинде «Минск-14» есаплаў машинасы алып келинеди. Бирак, бул машинаның ислеў принципи лампалы болғанлықтан, айырым бөлекшелери алып келинген ўақтында истен шығыўына байланыслы пайдаланыў мүмкиншилиги болмайды. Сол себепли, кибернетика институтының директоры, академик В.Кабуловтың жәрдеми менен хэм есаплаў орайы директоры Т.Камаловтың басламасы менен тазадан «Минск-32» есаплаў машинасы алып келинеди. «Минск-32» ЭЕМ техникасын үйрениў, тәжирийбе алмасыў ушын есаплаў орайының қәнийгелери Минск қаласына хызмет сапарына жиберилип билимлерин жетилистирип турған.

1978-жылы есаплаў орайы директоры лаўазымына физика-математика илимлериниң кандидаты Ш.Қаниязов тайынланады. Ш.Қаниязовтың басламасы менен Ереван қаласынан «Наири-3.1» есаплаў машинасын сол ўақытта «Математикалық тәмийинлеў»