

$$= \frac{n^2(n^2 + 2n + 1)}{4} = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Xuddi shu formulaning to'g'riligiga matematik induksiya metodi bilan ham ishonch hosil qilgandik.

Adabiyotlar

1. Algebra va analiz asoslari: Akademik litsey va kasb hunar kollejlari ushuni. -T.: «O'qituvchi», 2001.
2. Gusev V.A., Mordkovich A.G. Matematika. –No'kis: «Bilim», 1992.

РЕЗЮМЕ

Maqolada formulalarni hosil qilishning ba'zi-bir usullari haqida so'z yuritiladi. Matematik induksiya metodi, noaniq koeffitsientlar metodi haqida fikr bildiriladi.

РЕЗЮМЕ

В статье рассматриваются некоторые методы получения формул – тождеств и в частности метод математической индукции и метод неизвестных коэффициентов.

SUMMARY

The article deals with some methods of proving the formulas-identities, in particular the method of mathematical induction and the method of unknown coefficients.

AYLANMA HARAKATDAGI BA'ZI ZARYADLAR TIZIMI MAGNIT MAYDONI INDUKSIYASINI HISOBLASH

B.Yavidov – fizika-matematika fanlari doktori

B.Kushboyeva, F.Safarboyeva, E.Abdullayev – fizika va astronomiya o'qitish metodikasi ta'lim yo'nalishi studentlari

Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika instituti

Tayanch so'zlar: zaryadlar aylanma harakati, elektr tok, magnit maydon, masala yechish metodikasi.

Ключевые слова: круговое движение зарядов, электрический ток, магнитное поле, методика решения задач.

Key words: circular motion of charges, electric current, magnetic field, methods of solving a task.

Fizikada mexanik harakat, odatda, uch turga ajratiladi: ilgarilanma harakat, aylanma harakat va tebranma harakat. Harakatning bunday turlanishi va bo'linishi fizika fanining barcha bo'limlarida kuzatiladi. Issiqlik hodisalari, elektromagnit hodisalar, optik hodisalar va atom va yadro fizikasida ham strukturaviy zarralarning ilgarilanma, aylanma va tebranma harakatlarining guvohi bo'lamiz. Har bir turdagi harakat kuzatilayotgan hodisaning biror qirrasini yoki xossasini keltirib chiqaruvchi omil bo'lishi mumkin. Masalan, atom yoki molekularning tartibsiz ilgarilanma harakati gazning haroratini belgilovchi omil, strukturaviy zarralarning kristal panjara tugunlari atrofida tebranma harakati qattiq jismlarning haroratini belgilovchi omil, elektronlarning yadro atrofida aylanma harakati atomning orbital mexanik impuls momenti va unga mos orbital magnit momentini belgilovchi omil deb qaraladi. Umuman olganda, mexanik harakat, fizikaning qaysi bo'limida qaralishidan qat'iy nazar, biror yangi fenomenni keltirib chiqaradi. Bunga yaqqol misol sifatida yuqorida orbital momentlarning vujudga kelishini yoki bo'lmasa Yer kurrasining Quyosh atrofida aylanishi natijasida fasllar almashishi keltirish mumkin. Fizikaning elektr va magnetizm bo'limida ham zaryadlangan zarralar statikasi (elektrostatika) hamda dinamikasi (elektrodinamika) o'rganilib, unda harakatdagi zarralar elektr toki hosil qilishini, elektr tok esa o'z navbatida magnit maydon hosil qilishini o'rganamiz. Toklar hosil qilgan magnit maydonining induksiyasi mashhur Bio-Savar-Laplas formulasi

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3} \quad (1.1)$$

orqali berilishi barcha o'quv-adabiyotlardan joy olgan (masalan, [1:205]). SI o'lchov birliklar tizimida (1.1) dagi $\mu (\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m})$ - muhit (vakuum) ning magnit singdiruvchanligini, $I d\vec{l}$ - tok elementini, $\vec{r}$ - radius-vektorni, $d\vec{B}$ - qaralayotgan nuqtadagi magnit maydoni induksiyasini anglatadi. (1.1.) formula umumiy bo'lib, uni ixtiyoriy shakldagi toklarga yoki harakatlanuvchi zaryadlar tizimiga qo'llash mumkin. Xususan, Bio-Savar-Laplas formulasini ilgarilanma, aylanma va tebranma harakat qilayotgan zaryadlar tizimiga qo'llash mumkin. (1.1) ni harakatlanuvchi zaryadlar tizimiga qo'llab, tizimning magnit maydoni induksiyasini topishda, albatta, tizim xususiyatlarining inobatga olinishi masala yechilishini ancha osonlashtirishi mumkin. Bunda quyidagi jihatlar e'tibor berish lozim:

1. Masalaning necha o'lchamda qaralayotgani;

2. Masalada simmetriya mavjud yoki mavjud emasligi;

3. Zaryadlar harakati natijasida hosil bo'luvchi toklar shaklini to'g'ri aniqlash;

4. Topilgan tok shakliga mos keluvchi induksiya formulasini tanlab bilish;

5. Natijaviy magnit maydonni topish uchun superpozitsiya tamoyilidan foydalana bilish;

6. Hisoblashlarda o'zgaruvchilar sohasi yani cheragalarini to'g'ri belgilab olish.

Agar zaryadlar harakati tog'ri chiziqli bo'lsa, masala bir o'lchamda qaraladi va ularning oqimi dastasini to'g'ri o'tkazgich deb hisoblashimiz mumkin. Cheksiz to'g'ri tokli o'tkazgichga (1.1) ning qo'llanilishi natijasida o'tkazgichdan R masofada hosil qilingan induksiya [1:208]

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}, \quad (1.2)$$

bo'lishini topamiz. Maboda, zaryadlar aylana bo'yicha harakatlanayotgan bo'lsa, ularning oqimi dastasini doiraviy tokli kontur (tokli halqa) deb qarashimiz mumkin. Halqa markazidan va halqa tekisligiga tik ravishda o'tuvchi o'q halqa simmetrik o'qi hisoblanadi. Simmetriya o'qida halda markazidan Z masofada yotuvchi nuqtada induksiya [1:209].

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1.3)$$

formuladan topiladi. (1.2) va (1.3) formulalar standart formulalar hisoblanadi. Ammo, ba'zi hollarda zaryadlangan zarralarning aylanma harakati natijasida kelib chiquvchi tok va ular hosil qilgan magnit maydonini topish zarurati tug'iladi. Bu hollarda standart formulalarni to'g'ridan-to'g'ri qo'llab bo'lmaydi. Agar zaryadlar uzluksiz bo'lsa, u holda oldin harakat natijasida vujudga keluvchi tok shaklini ham aniqlash kerak bo'ladi. Mazkur maqolaning maqsadi bu hollarni aniq misollar yordamida ko'rib chiqish, ba'zi simmetrik ob'yektlarda uzluksiz taqsimlangan zaryadlarning aylanma harakati natijasida paydo bo'luvchi magnit maydoni induksiyasi qanday topilishini metodikasini bayon qilishdir. Masalalar "Umumiy fizika kursi"ning "Elektr va magnetizm" bo'limiga taalluqli va studentlar tomonidan foydalanadigan o'quv qo'llanmalardan, ob'yek sifatida esa disk, sfera va sharlarni tanlab oldik.

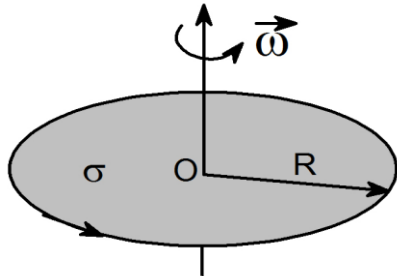
1-masala. Radiusi $R=20$ sm bo'lgan yupqa qahrabo diskda sirt zichligi $\sigma=1$ Kl/m² bo'lgan elektr zaryad bir tekis taqsimlangan. Disk havoda, uning markazidan perpendikulyar ravishda o'tgan o'q atrofida $\omega=10$ rad/s burchak tezlik bilan aylanmoqda (1-rasm). Disk markazi O nuqtada magnit maydon induksiyasini toping [2:123].

Yechilishi: Zaryadlarning aylanma harakati natijasida doiraviy tok vujudga keladi. Diskda vujudga kelgan doiraviy tokning hosil qilgan magnit maydoni induksiyasini topish uchun disk markazidan r masofada joylashgan va eni dr teng bo'lgan

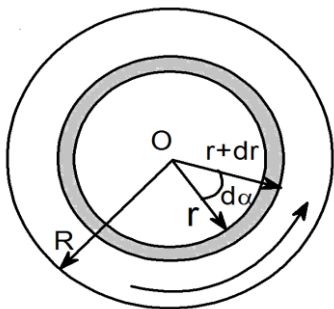
halqani qaraymiz (2-rasm). Halqa ichidagi elektr zaryadi miqdori $dq = \sigma ds = 2\pi\sigma r dr$, diskning ω burchak tezlik bilan O nuqtadan halqa tekisligiga tik o'tuvchi o'q atrofida aylanishi tufayli paydo bo'lgan tok esa

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{\omega}{2\pi} dq = \sigma\omega r dr \quad (1.4)$$

bilan aniqlanadi. (1.4) da T - diskning o'z o'qi atrofida aylanish davri. Halqa eni dr nihoyatda cheksiz kichikligi sabab, halqani r radiusli va dI tokli doiraviy kontur deb qarashimiz mumkin.



1-rasm. R radiusli zaryadlangan qahrabo disk o'z o'qi atrofida aylanmoqda.



2-rasm. R radiusli zaryadlangan qahrabo diskning ustidan ko'rinish.

Bu doiraviy konturning disk markazi O nuqtada hosil qilgan magnit maydoni induksiyasi (1.3) formuladan, $R=r$ va $z=0$ xususiy holda, olinadi yani $dB = \mu\mu_0 dI / 2r$ yoki (1.4) ni inobatga olsak, $dB = (1/2)\mu\mu_0\sigma\omega r dr$. Bu magnit maydoni induksiyasi O nuqtada rasm tekisligiga tik ravishda biz tomon yo'nalgan. Natijaviy maydon induksiyasini topish uchun oxirgi formula r bo'yicha $(0,R)$ oraliqda integrallanishi lozim. Integrallash amalini bajarib $B = (1/2)\mu\mu_0\sigma\omega R$ ni topamiz.

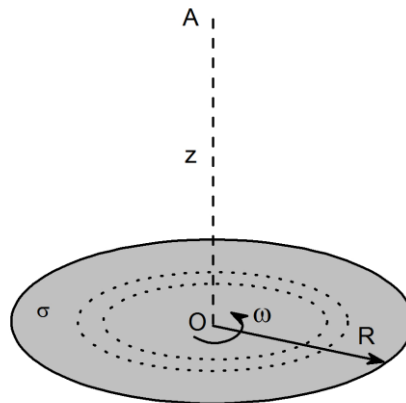
Demak, javob $B = (1/2)\mu\mu_0\sigma\omega R$.

Mavridi kelganda shuni alohida ta'kidlash joizki, hozirda amaliy darslarda foydalanilayotgan [2] masalalar to'plamida yuqorida qaralgan masala 21.25 tartib raqami bilan berilgan, uning noto'g'ri javobi esa [2] ning 231 betida $B = \mu\mu_0\sigma\omega R$ sifatida keltirilgan. To'g'ri javob [3] masalalar to'plamidagi 3.247 masala javoblarning biri sifatida 303 betda, biz qo'lga kiritgan natijadek, keltirilgan. Endi masalani biroz murakkablashtiramiz. Magnit maydoni induksiyasini halqa markazida emas, balki uning simmetrik o'qida, halqa markazidan biror masofada yotuvchi nuqtada topish talab qilinsachi?

2-masala. 1-masalada magnit maydon induksiyasi halqaning simmetrik o'qida, halqa markazidan z masofada yotuvchi nuqtada topilsin (3-rasm).

Yechilishi: Bu holda maydon induksiyasini topishda bizga (1.3) formulaning umumiy ko'rinishida yozilgani qo'l keladi. Disk tekisligida markazi O nuqtada yotuvchi, radiuslari r va $r+dr$

bo'lgan halqani qaraymiz (3-rasmda punktirli chiziqlar bilan chegaralangan).



3-rasm. R radiusli zaryadlangan qahrabo disk o'z o'qi atrofida aylanmoqda.

Diskning aylanishi tufayli bu sohada joylashgan zaryadlar, 1-masalada ko'rsatilgandek, $dI = \sigma\omega r dr$ tok hosil qiladi. Bu tok A nuqtada (1.3) ga muvofiq

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{r^2 dI}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1.5)$$

yoki

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{\sigma\omega r^3 dr}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1.6)$$

induksiya hosil qiladi. Natijaviy maydon induksiyasini topish uchun oxirgi formulani r bo'yicha $(0,R)$ oraliqda integrallaymiz:

$$B = \int dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \sigma\omega \int_0^R \frac{r^3}{(r^2 + z^2)^{3/2}} dr \quad (1.7)$$

(1.7) dagi integral jadval integrali bo'lib, uning javobini [3:47] kitobidan olishimiz (203.03.- formula) yoki "Mathematica" dasturiy ta'minoti yordamida hisoblashimiz mumkin [4]. Xususan, "Mathematica" dasturiy muhitida Integrate [$r^3/(r^2+z^2)^{3/2}$, r] buyrug'i orqali noaniq integralning $(x^2 + 2z^2)/\sqrt{x^2 + z^2}$ javobini qo'lga kiritamiz. Topilgan noaniq integral natijasining chegaraviy nuqtalardagi ayirmasini hisoblasak, $(\sqrt{R^2 + z^2} - z)^2 / \sqrt{R^2 + z^2}$ ni topamiz yani.

$$\int_0^R \frac{r^3}{(r^2 + z^2)^{3/2}} dr = \frac{(\sqrt{R^2 + z^2} - z)^2}{\sqrt{R^2 + z^2}}. \quad (1.8)$$

(1.8) bilan (1.7) quyidagi ko'rinishga keladi:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \sigma\omega \frac{(\sqrt{R^2 + z^2} - z)^2}{\sqrt{R^2 + z^2}}. \quad (1.9)$$

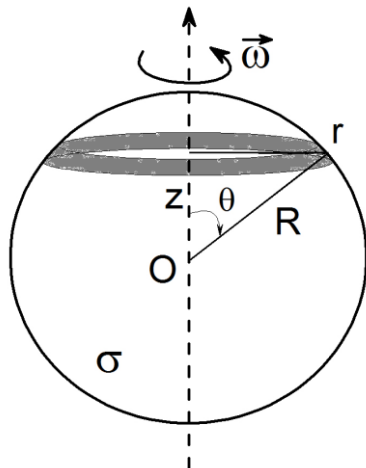
Demak, javob $B = (\mu\mu_0 / 2)\sigma\omega(\sqrt{R^2 + z^2} - z)^2 / \sqrt{R^2 + z^2}$.

Xususiyl hol, $z=0$ da (1.9) ifoda 1-masala javobi bilan mos. Yuqorida ko'rib chiqilgan ikki masalada zaryadlar tizimi tekislikda taqsimlangan edi. Keling endi fazoda taqsimlangan zaryadlarning aylanma harakati natijasida vujudga kelgan tok va hosil qilgan magnit maydoniga e'tiborimizni qarataylik.

3-masala. R radiusli sfera o'z diametri atrofida ω burchak tezlik bilan aylanmoqda (4-rasm). Agar sferaning sirtida

zaryadlarning sirt zichligi σ bo'lsa, sfera markazida magnit maydon induksiyasi topilsin [2:126].

Yechilishi: Masalani yechishi uchun sfera markazidan o'tuvchi Z o'qini kiritamiz (4-rasm). Sfera markazidan biror z masofada yotuvchi radiusi r ga teng halqa (sfera sirtida yotuvchi) ni fikran ajratamiz (4-rasmdagi kulrang soha). Halqa eni $Rd\theta$, uning yuzasining maydoni esa $ds = 2\pi r R d\theta$ bilan aniqlanishi 4-rasmdan kelib chiqadi. U holda halqadagi elektr zaryadi miqdori $dq = \sigma ds = 2\pi \sigma r R d\theta$ ga teng bo'ladi. Sferaning aylanishi natijasida halqa ham aylanadi, tok kuchi $dI = (\omega / 2\pi) dq = \sigma \omega r R d\theta$ bo'lgan elektr tokini hosil qiladi. Bu tokning sfera markazida hosil qilgan induksiyasi (1.3) ga muvofiq



4-rasm. O'z diametri atrofida aylanayotgan zaryadlangan sfera.

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{r^2 dI}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{\sigma \omega R r^3}{(r^2 + z^2)^{3/2}} d\theta \quad (1.10)$$

teng bo'ladi. $r^2 + z^2 = R^2$ va $r = R \sin \theta$ ekanligini inobatga olsak, (1.10) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \sigma \omega R \sin^3 \theta d\theta. \quad (1.11)$$

Oxirgi formulani og'ish burchagi bo'yicha 0 dan π gacha integrallab natijaviy maydon induksiyasini topamiz:

$$B = (2/3) \mu\mu_0 \sigma \omega R.$$

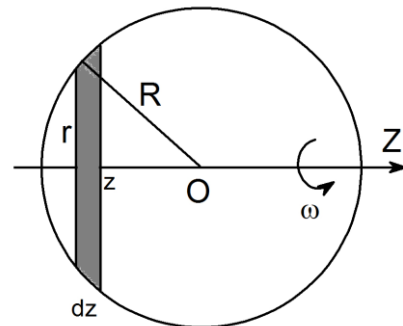
Demak, javob $B = (2/3) \mu\mu_0 \sigma \omega R$.

4-masala. R radiusli shar o'z diametri atrofida ω burchak tezlik bilan aylanmoqda (5-rasm). Agar shar hajmidagi zaryadlarning

hajmiy zichligi ρ bo'lsa, shar markazida magnit maydon induksiyasi topilsin.

Yechilishi: Masalani yechishida 2-masala natijasidan foydalanamiz. 5-rasmda tasvirlangandek shar markazidan z masofada eni nihoyatda kichik dz , radiusi r ga teng disk ajratamiz. Aylanuvchi disk ning O nuqtadagi induksiyasi (1.9) bilan aniqlanadi. Diskdagi zaryadlarning sirt zichligi σ va zaryadlarning hajmiy zichligi ρ orasida $\sigma = \rho dz$ bog'lanish

mavjud. U holda (1.9) formula bizning hol uchun ($r^2 + z^2 = R^2$)



5-rasm. O'z diametri atrofida aylanayotgan zaryadlangan shar.

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \rho \omega \frac{(R-z)^2}{R} dz \quad (1.12)$$

ko'rinishda yoziladi. (1.12) ni z bo'yicha $-R$ dan $+R$ gacha integrallab natijaviy maydon induksiyasini topamiz:

$$B = \frac{4}{3} \mu\mu_0 \rho \omega R^2. \quad (1.13)$$

Demak, javob $B = (4/3) \mu\mu_0 \rho \omega R^2$.

Yuqoridagi masalalarda biz aylanma harakat sodir etuvchi zaryadlar tizimining doiraviy toklar hosil qilishini, doiraviy toklar esa o'z navbatida magnit maydoni hosil qilishini ko'rib chiqdik. Aylanma harakat sodir etuvchi zaryadlar tizimining hosil qilgan magnit maydoni induksiyasini topishda biz yuqorida 1-6 bandlarda ta'kidlangan metodik tavsiyaga amal qildik. Fikrimizcha bu metodik tavsiyalar ixtiyoriy tarzda harakatlanuvchi zaryadlar tizimi hosil qilgan magnit maydon induksiyasini hisoblashga imkon beradi.

Adabiyotlar

1. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. -М.: «Наука», 1985. – С. 512.
2. Умумий физикадан масалалар тўплами. Педагогика олий ўқув юртлари учун. М.С.Цедрик тахрири остида. -Т.: 1991. 271- б.
3. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. -М.: «Наука», 1979. – С. 369.
4. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. -М.: «Наука», 1977. – С. 228.
5. <http://www.wolfram.com>

РЕЗЮМЕ

Maqolada aylanma harakat sodir etuvchi zaryadlar tizimi hosil qilgan magnit maydoni induksiyasini hisoblashga oid ba'zi masalalar qarang. Zaryadlar tekislik va fazoda uzluksiz va bir jinsli taqsimlangan deb qabul qilingan. Masala yechishda qaralayotgan tizimning e'tiborga olinishi kerak jihatlari keltirilgan. Xususan, disk, sfera va sharda uzluksiz taqsimlangan zaryadlar aylanma harakati natijasida qaralayotgan ob'ektlar markazi yoki simmetriya o'qida yotuvchi nuqtada magnit maydon induksiyasini hisoblash metodikasi keltirilgan. Taklif etilgan metodik tavsiyalar umumiy tavsifga ega bo'lib, murakkab tizimlarning magnit maydonini topishga imkon beradi.

РЕЗЮМЕ

В статье рассматриваются некоторые задачи по вычислению индукции магнитного поля образованного системой зарядов, совершающих круговое движение. Предполагается, что заряды распределены в плоскости и в пространстве непрерывно и однородно. Приводятся отличительные черты рассматриваемой системы, на которые необходимо обратить внимание. В частности, приводится методика решения вычисления индукции магнитного поля, образованного круговым движением непрерывно распределённых зарядов в диске, сфере и шаре. Методические рекомендации имеют общий характер и позволяют вычислить магнитное поле сложных систем.

SUMMARY

The article deals with some problems on calculation of induction of the magnetic field induced by the system of charges performing rotational motion. It is assumed that the charges are distributed continuously and uniformly in the plane and space. The specific features of the system under consideration are given. In particular there are examples in the methods of calculation of induction of the magnetic field, induced by the uniformly distributed charges performing rotational motion in the disk, sphere and solid sphere. The methodical recommendations have universal character and allow to calculate magnetic field of complex systems.