

$M_i, i=1,2$ hám $m_i, i=1,2$ lardıń mánislerin qoyıp tómendegi salıstırıwlar sistemasına iye bolamız:

$$\begin{cases} 25y_1 \equiv 1(\text{mod } 9), \\ 9y_2 \equiv 1(\text{mod } 25). \end{cases}$$

Bul sistemani sheship tómendegi nátiyjege iye bolamız:

$$\begin{cases} y_1 \equiv 4(\text{mod } 9), \\ y_2 \equiv 14(\text{mod } 25). \end{cases}$$

Endi anıqlanǵan mánislerdi $x_0 = M_1y_1c_1 + M_2y_2c_2$ ke qoyıp tómendegi teńlikke iye bolamız:

$$x_0 = 25 \cdot 4 \cdot c_1 + 9 \cdot 14 \cdot c_2 = 100 \cdot c_1 + 126 \cdot c_2.$$

Sistemaniń sheshimi $x \equiv x_0 (\text{mod } M)$ kóriniste alınadı.

$c_1 = 4, 5$, $c_2 = 1, 22$ lardıń mánislerin qoyıp tómendegishe sheshimge kelemiz:

$$x \equiv 22, 76, 122, 176(\text{mod } 225).$$

Juwmaq. Ulıwma aytqanda, joqarı dárejeli salıstırıwlar berilgende joqarıda keltirilgen usıllarǵa keltirip, máselelerdi sheshiw múmkin. Bul jumista kórsetilgen usıllardan bul temaǵa baylanıslı máselelerdi óz betinshe úyreniwshi talabalar hám oqıwshılar paydalanıwı múmkin.

Ádebiyatlar

1. Ayupov Sh.A. Algebra va sonlar nazariyasi (o'quv qo'llanma). – Toshkent: «Tafakkur-bo'stoni» 2019, 314-b.
2. Кострикин А.Н. Сборник задач по алгебре. – М.: «Наука», 2001. – С. 424.
3. Nazarov R.N., Toshpo'latov B.T., Dusumbetov A.D. Algebra va sonlar nazariyasi. – T.: «O'qituvchi». I bo'lim, 1993, II bo'lim, 1995. 312-b.
4. Yunusova D., Yunusov A. Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to'plami. O'quv qo'llanma. – T.: «Ilm Ziyo». 2009. 320-b.
5. Yunusov A., Yunusova D. Algebra va sonlar nazariyasidan modul texnologiyasi asosida tuzilgan nazorat topshiriqlari to'plami. – T.: TPU, 2004. 284-b.

РЕЗЮМЕ. Ushbu maqolada yuqori tartibli taqqoslamalarni yechish masalalari ko'rib chiqiladi, bunda tub va murakkab modul bo'yicha yuqori tartibli taqqoslamalarni yechish usullari bir necha misollar yordamida ko'rsatilgan.

РЕЗЮМЕ. В данной статье рассматриваются задачи решения сопоставлений высокой степени, при этом методы решения сопоставлений высокой степени по простому и составному модулям показаны с помощью нескольких примеров.

SUMMARY. This article explores the problems of solving higher-order comparisons, where the methods of solving higher-order comparisons for simple and complex modules are solved using a few examples.

ЎЗ-ЎЗИНИ ТАШКИЛ ЭТУВЧИ КОХОНЕН ХАРИТАЛАРИНИНГ НАЗАРИЙ АСОСЛАРИ ВА АМАЛИЁТДАГИ ҚЎЛЛАНИЛИШИ

А.А.Қудайбергенов – докторант, техника фанлари бўйича фалсафа фанлари доктори, доцент

Ўзбекистон миллий университети

Р.С.Бекмуродова – магистрант

Бердақ номидаги Қорақалпоқ давлат университети

Таянч сўзлар: Кохонен харитаси, нейрон тармоқ, кластерлаш, назоратсиз ўрганиш, визуализация, маълумот таҳлили, ўлчам пасайтириш.

Ключевые слова: карта Кохонена, нейронная сеть, кластеризация, обучение без учителя, визуализация, анализ данных, понижение размерности.

Key words: Kohonen map, neural network, clustering, unsupervised learning, visualization, data analysis, dimensionality reduction.

1. Кириш.

Кўп ўлчамли маълумотлар тузилмасини таҳлил қилиш, кластерларга ажратиш ва визуализация қилиш мураккаб вазифалардан бири ҳисобланади. Айниқса, маълумотлар белгисиз бўлиб, синфлар олдиндан аниқланмаган ҳолларда назоратсиз ўрганиш усуллари муҳим аҳамиятга эга бўлади. Бундай ҳолларда нейрон тармоқлар, айниқса, ўз-ўзини ташкил этувчи Кохонен хариталари (SOM - Self-Organizing Map) самарали ечим тақлиф қилади [1].

Кохонен харитаси маълумотларни икки ўлчамли нейрон тўрига проекция қилиш ва уларни топологик яқинлигига асосан кластерларга ажратишни таъминлайди. Унинг асосий афзаллиги – маълумотларнинг ички тузилмасини сақлаган ҳолда, яқин объектларни яқин нейронларга мослаштиришидир. Бу жараён энг яқин нейронни топиш ва унинг қўшниларини янгилаш асосида амалга оширилади [2].

Мазкур мақолада Кохонен хариталарининг назарий ва математик асослари, ўрганиш алгоритми ва қўллани-

лиш соҳалари таҳлил қилинди [1, 2]. Алгоритмнинг асосий босқичлари, яъни нейрон вазнларини янгилаш, қўшничилик функцияси ва ўрганиш коэффициентининг динамикаси математик шаклда изоҳланади [3]. Шунингдек, маълумотларни визуаллаштириш ва кластерлашдаги амалий афзалликлари ёритилди.

2. Методлар.

2.1. Масаланинг қўйилиши

Кўп ўлчамли маълумотлар фазосида объектларни табиий кластерларга ажратиш, уларни чуқур таҳлил қилиш ва визуализация қилиш замонавий таҳлил усулларининг асосий муаммоларидан биридир. Масалан, агрономик, экологик ёки соғлиқни сақлаш соҳаларида йиғилган катта ҳажмдаги маълумотлар орқали уларнинг ички тузилмасини аниқлаш, таснифлаш ва қарор қабул қилишда фойдаланиш талаб қилинади.

Анъанавий кластерлаш усуллари (масалан, K-means, Hierarchical Clustering) маълумотларнинг юқори ўлчамлилиги, чизиксиз тузилмаси ва оғир ҳажми сабабли кўп ҳолларда самарасиз бўлади. Шунинг учун

назоратсиз ўрганиш асосидаги нейрон тармоқлар, айниқса ўз-ўзини ташкил этувчи Кохонен хариталари мазкур муаммога самарали ечим сифатида таклиф қилинади [1, 4].

Берилган $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \subset \mathbb{R}^n$ кўп ўлчамли маълумотлар тўплами учун уларни икки ўлчамли харитага (торга) тўғри проекция қилиш ва ўхшаш объектларни яқин нейронларга мослаштириш орқали кластерлаш ва визуализация қилиш.

2.2. Кохонен харитаси – ўрганиш алгоритми ва математик моделлаштириш

Ўз-ўзини ташкил этувчи Кохонен хариталари – бу назоратсиз нейрон тармоқ бўлиб, унинг асосий мақсади маълумотларни гомотопик (яъни топологияни сақловчи) шаклда торга проекция қилишдир. Харита одатда $m \times n$ размерли икки ўлчамли нейронлар тори кўринишида бўлади.

2.2.1. Кохонен алгоритмининг босқичма-босқич тавсифи

1. Бошланғич қиймат бериш

Ҳар бир нейроннинг вазн вектори тасодифий танланади:

$$w_i(0) \in \mathbb{R}^n, \quad i = 1, 2, \dots, K$$

бу ерда $K = m \times n$ – харитадаги нейронлар сони.

2. Жорий намуна векторини танлаш

Маълумотлар тўпламидан тасодифий равишда вектор танланади:

$$x \in X$$

3. Энг яқин нейронни топиш

Қуйидаги Евклид масофаси орқали энг яқин нейрон C топилади:

$$c = \arg \min_i \|x - w_i(t)\|$$

4. Янгилаш қадамлари

Барча нейронлар учун янгиланиш қуйидаги формула орқали амалга оширилади:

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \alpha(t) \cdot h_{ci}(t) \cdot (x - w_i(t))$$

бу ерда $\alpha(t)$ – ўрганиш коэффициенти, $0 < \alpha(t) < 10$; $h_{ci}(t)$ – қўшничилик функцияси (нейронлар C ва i ўртасидаги тор масофа орқали аниқланади), масалан:

$$h_{ci}(t) = \exp\left(-\frac{\|r_c - r_i\|^2}{2\sigma(t)^2}\right)$$

бу ерда r_i – нейроннинг харита бўйича координатаси, $\sigma(t)$ – қўшничилик радиуси.

5. Параметрларни пасайтириш

Ўрганиш коэффициенти ва қўшничилик радиуси вақт билан пасайиб бориши керак:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right), \quad \sigma(t) = \sigma_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)$$

6. Барқарор ҳолатга етиш

Барча векторлар учун қайтарилади. Сўнг, нейронлар торини таҳлил қилиш (кластерлаш ва визуализация) амалга оширилади.

2.2.2. Визуализация ва кластерлаш

Ўз-ўзини ташкил этувчи Кохонен хариталарининг асосий афзалликларидан бири – натижаларни интуитив ва фахмлаш осон бўлган визуал шаклда тақдим этиш имкониятидир. Кўп ўлчамли маълумотларни икки ўлчамли нейрон тўрига проекция қилиш орқали маълумотлар орасидаги боғланишларни ва кластер тузилмаларини аниқ кўриш мумкин бўлади. Визуал таҳлил учун бир нечта махсус методлар қўлланилади.

Бирлаштирилган масофалар матрицаси (U-Matrix)

U-Matrix усули ўз-ўзини ташкил этувчи харита нейронлари ўртасидаги вазн векторлари масофасига асосланади. Ҳар бир нейрон ва унинг қўшнилари ўртасидаги Евклид масофалари ҳисобланади ва визуал тарзда матрица кўринишида тақдим этилади. Бу усулда яқин нейронлар (ўхшаш кластерлар) – қора ёки тўқ рангда кўрсатилади; орасида катта фарқ бўлган нейронлар – ёруғ (оч) рангда акс эттирилади. Натижада визуал картада кластерлар ўртасидаги чегаралар аниқ равшан кўринади. Бу усул кластер сонини аниқлаш ва маълумотлар орасидаги аномалияларни топишда ҳам қўл келади.

Компонентлар кесимида визуализация ва таҳлил

Бу усул маълумотлар тўпламидаги ҳар бир белгини алоҳида нейронлар тўрида тасвирлашга асосланган. Ҳар бир компонент учун тўрдаги нейронлар вазн векторининг шу компонент бўйича қийматлари ранглар орқали ифодаланади. Мазкур визуализация: ҳар бир ўзгарувчининг кластерларга таъсирини кўриш; турли компонентлар орасидаги боғланишларни таҳлил қилиш; белгиларнинг ўзгарувчанлигини ва уларнинг ўзгариш йўналишини таҳлил қилиш имконини беради. Бу усул U-Matrix билан биргаликда қўлланилса, кластерлар тузилиши ва уларда устувор бўлган белгилар аниқланади. Масалан, аграр маълумотлар таҳлилида – сув сатҳи, тузлилик ёки ҳароратга қараб ҳудудларнинг қандай кластерларга ажралишини таҳлил қилиш мумкин.

3. Натижалар

Тиббий соҳадаги маълумотлар асосида 100 нафар беморнинг қондаги шакар микдори (ммоль/л) бўйича кластерлаш амалга оширилди. Ушбу маълумотлар Кохонен харитаси ёрдамида кластерларга ажратилди ва ҳар бир кластердаги беморларнинг шакар даражалари ўрганилди.

Натижада беморлар шакар микдорига кўра 5 та асосий кластерга ажралди:

- 1-кластер: шакар даражаси 4.0 - 5.5 орасида бўлган соғлом беморлар;
- 2-кластер: шакар даражаси 5.6 - 6.5 орасида бўлган предиабет хавфи остидаги беморлар;
- 3-кластер: шакар даражаси 6.6 - 7.5 орасидаги оғиш ҳолатидаги беморлар;
- 4-кластер: шакар даражаси 7.6 - 9.0 бўлган биринчи босқич диабет билан боғлиқ беморлар;
- 5-кластер: шакар даражаси 9.1 ммоль/л ва ундан юқори бўлган юқори хавф гуруҳи.

График асосида аниқ кўринишча, шакар даражаси юқори бўлган беморлар ўзгача кластерларда жойлашиб, уларни визуал равишда ажратиш мумкин бўлди. Бу натижалар Кохонен хариталарининг тиббий диагностика-

када таснифлаш ва аниқлашдаги самарадорлигини намоён этди.

Шунингдек, визуал натижа python дастурлаш тилида олинди, 1-расмдаги png форматдаги файл сифатида сақланиб, кластерлар ва улардаги беморлар сони аниқ кўрсатилди.

Кохонен алгоритмининг босқичма-босқич амалга оширган ҳолда келтирилган кластерлаш натижаларини олишда Python дастурлаш тилидан ва қуйидаги асосий пакетлардан фойдаланилди:

- numpy – тасодифий маълумотлар генерацияси ва массивлар устида амаллар бажариш учун;
- pandas – беморлар маълумотлар жадвалини тайёрлаш ва таҳлил қилиш учун;
- matplotlib – кластерларни визуал графикда тасвирлаш учун;
- sklearn.preprocessing.MinMaxScaler – маълумотларни нормаллаштириш учун;
- sklearn.cluster.KMeans – беморларни кластерлаш учун K-means алгоритмидан фойдаланилди (муҳитда minisom мавжуд бўлмаганлиги сабабли Кохонен харитасига яқинлаштирилган вариант).

Агар minisom пакети мавжуд муҳитда ишлатилса, Кохонен хариталарининг ўзи ҳам тўғридан-тўғри қурилиши ва визуаллаштирилиши мумкин.

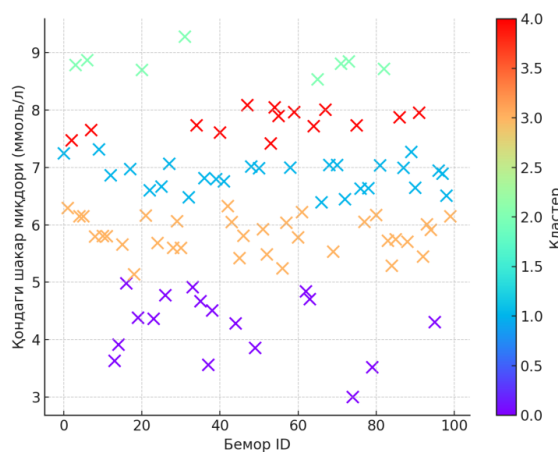
Адабиётлар

1. Kohonen T. Self-organizing maps (3rd ed.). Springer Berlin, Heidelberg. 2001. –P. 502.
2. Cottrell M., Fort J.C., G. Pagès, Theoretical aspects of the SOM algorithm, Neurocomputing, Volume 21, Issues 1–3, 1998, -P.119-138.
3. Oja E., S. Kaski Kohonen Maps. Amsterdam: Elsevier, 1999. –P. 390.
4. Haykin S.S., Neural Networks: A Comprehensive Foundation 2Nd Ed., Prentice-Hall Of India Pvt. Limited. 1999. – P. 842.

РЕЗЮМЕ. Мақолада ўз-ўзини ташкил этувчи Кохонен хариталарининг назарий асослари ва ўрганиш алгоритми математик моделлар орқали ёритилди. Кохонен хариталари маълумотларни назоратсиз (unsupervised) кластерлаш ва визуализация қилишда самарали нейрон тармоқ модели ҳисобланади. Мақолада ушбу усулнинг архитектураси, энг яқин нейронни топиш (BMU- Best Matching Unit), қўшничилик модели ва вазнларни адаптив янгилаш каби ўрганиш жараёнлари батафсил тавсифланган. Шунингдек, визуал таҳлил усуллари – бирлаштирилган масофалар матрицаси (U-Matrix: Unified Distance Matrix) ва компонент проекциялари ҳақида маълумот берилди. Тиббиёт, геомаълумотлар ва аграр соҳалардаги амалий қўлланиш ҳолатлари таҳлил қилиниб, мазкур усул маълумотлар тузилмасини англаш ва қарор қабул қилишда муҳим восита сифатида баҳоланади.

РЕЗЮМЕ. В статье изложены теоретические основы и алгоритм обучения самоорганизующихся карт Кохонена посредством математических моделей. Карты Кохонена представляют собой эффективную модель нейронной сети для неконтролируемой (unsupervised) кластеризации и визуализации данных. В статье подробно описаны архитектура метода, процесс поиска ближайшего нейрона (BMU – Best Matching Unit), модель соседства и адаптивное обновление весов. Также представлены методы визуального анализа – унифицированная матрица расстояний (U-Matrix: Unified Distance Matrix) и проекции компонент. Проанализированы практические применения данного метода в медицине, геопространственных и аграрных сферах, где он оценивается как важный инструмент для понимания структуры данных и поддержки принятия решений.

SUMMARY. This article presents the theoretical foundations and the learning algorithm of self-organizing Kohonen maps through mathematical models. Kohonen maps are considered an effective neural network model for unsupervised clustering and visualization of data. The paper provides a detailed description of the method's architecture, the process of finding the Best Matching Unit (BMU), the neighborhood model, and the adaptive weight updating process. Additionally, visualization techniques – the Unified Distance Matrix (U-Matrix) and component projections – are discussed. Practical applications of the method in medicine, geospatial data, and agriculture are analyzed, highlighting its importance as a tool for understanding data structures and supporting decision-making.



1-расм. Беморларнинг қондаги шакар миқдори бўйича кластерланиши

4. Хулоса.

Кохонен хариталари назоратсиз ўрганиш асосида маълумотларни самарали кластерлаш ва визуализация қилиш имконини берадиган кучли нейрон модели ҳисобланади. Уларнинг соддалиги, мослашувчанлиги ва юқори самарадорлиги турли соҳаларда – тиббиётдан тортиб, иқтисодий таҳлилларгача – кенг қўлланилишига сабаб бўлмоқда. Ушбу мақолада назарий асослар ва амалий ҳолатлар орқали Кохонен хариталарининг аҳамияти ёритилди. Келгусида бу технологияларни янада такомиллаштириш имкониятлари мавжуд.