

6. Qurbonova O'H., Sattorov A.A. "Uzluksiz ta'lim tizimida fizika fanining o'ziga xos jihatlari". –T.: // "Xalq ta'limi" №4 2019.
7. Qurbonova O'H., Rahmonov B.R. "Original educational devices and benches on basis of solar elements". TATU konferentsiya. 2016.

РЕЗЮМЕ

Бу ишда куёш элементларининг функционал имкониятларидан фойдаланган ҳолда яратилган янги ўқув лаборатория асбобининг тузилиши, ишлаши ва унинг ёрдамида физикада қизиқарли ҳодисалардан бири бўлган энергиянинг бир турдан бошқа турларга айланиши, бу жараён давомида энергиянинг сақланиш қонуни, шунингдек куёш элементларининг тузилиши, ишлаш тамойили ва хусусиятларини ўқувчиларга ўргатиш услубларидан фойдаланиш баён қилинган. Ишлаб чиқилган ўқув лаборатория қурилмаси ўқувчиларга ярим ўтказгичли кремний негизда яратилган p-n ўтишга асосланган куёш элементига тушаётган ёруғлик натижасида электронларнинг валент соҳасидан ўтказувчанлик соҳасига ўтишини, яъни ички фотоэффект туфайли пайдо бўлаётган электрон ва ковакларнинг p-n ўтиш соҳасида ажралиши ҳисобига фотоэлемент электр манба сифатида ишлашини намоён этади.

РЕЗЮМЕ

В статье используются функциональные возможности солнечных элементов, показано строение и принцип работы разработанного нового учебного прибора, с помощью которого объясняется один из интересных явлений, как превращение энергии с одного вида на другое, закон сохранения энергии в течение данного процесса, а также описывается методы обучения учащимся строение, принцип работы и особенности солнечных элементов. Разработанный учебный прибор демонстрирует учащимся переход электронов из валентной зоны в зону проводимости в результате падения света на солнечный элемент созданного на основе полупроводникового кремния основанный на p-n переход, т.е. работоспособность фотоэлемента в качестве электрического источника за счёт отрыва в p-n области электронов и дырок возникающие из-за внутреннего фотоэффекта.

SUMMARY

In this paper, there is used the functionality of solar cells, shows the structure and principle of operation of the developed new educational device, with the help of which explains one of the interesting phenomena as the transformation of energy from one species to another, the law of conservation of energy during this process. Moreover, it describes the methods of teaching students the structure, the principle of operation and features of solar cells. The developed educational device demonstrates to students the transition of electrons from the valence band to the conduction band as a result of the incidence of light on a solar cell created on the basis of semiconductor silicon based on p-n transition, that is the performance of the solar cell as an electric source due to the separation in the p-n region of electrons and holes arising from the internal photoelectric effect.

УДК 517.968.7

О ПРИБЛИЖЁННОМ РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА С ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Б.О.Нуржанов - доктор философии по физико-математическим наукам

Т.Омаров - магистрант

Каракалпакский государственный университет имени Бердаха

Таянч сўзлар: функциональ чегаравий шарт, Фредгольм интегро-дифференциал тенгламалар системаси, кетма-кет яқинлашишларнинг сонли-аналитик усули.

Ключевые слова: функциональное краевое условие, система интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма, численно-аналитический метод последовательных приближений.

Key words: functional boundary condition, system of Fredholm integro-differential equations, numerical-analytic method of successive approximations.

Многие важные проблемы физики и техники приводятся к изучению краевых задач для обыкновенных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений [1]. Краевые задачи для интегро-дифференциальных уравнений изучались в работах [2 - 6] и др.

В настоящей работе численно-аналитический метод последовательных приближений [7] применяется к исследованию краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений типа Фредгольма с двухточечными функциональными краевыми условиями.

Рассмотрим систему интегро-дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = f \left(t, x, \int_0^T g(t, s, x(s)) ds \right) \quad (1)$$

при краевых условиях

$$Ax(0) + Cx(T) + \int_0^{T_1} B(\tau)x(\tau)d\tau = d, \quad (2)$$

Где $x = (x_1, \dots, x_n) \in E_n$, $f(t, x, y) = (f_1, \dots, f_n)$ и $g(t, s, x) = (g_1, \dots, g_n)$ - вектор-функции со значениями в E_n , определенные и непрерывные по t, s, x, y для

$$t \in [0, T], \quad s \in [0, T], \quad x \in D, \quad y \in D_1 : \|y\| \leq T \cdot \max_{\substack{(t,s) \in [0,T] \\ x \in D}} \|g(t, s, x)\| \quad (3)$$

D - замкнутая, ограниченная область пространства E_n , A, C - заданные постоянные $n \times n$ -мерные матрицы, $B(\tau)$

- $n \times n$ -мерная матрица с непрерывными на $[0, T]$ элементами, такие, что

$$\det \left[C + \frac{1}{T} \int_0^{T_1} \tau B(\tau) d\tau \right] \neq 0, \quad T_1 \in [0, T], \quad (4)$$

$d = (d_1, \dots, d_n)$ - заданный постоянный вектор.

Кроме того, правая часть системы уравнений (1) удовлетворяет следующим условиям:

1) для всех $t \in [0, T]$, $s \in [0, T]$, $x, x', x'' \in D$, $y, y', y'' \in D_1$ выполняются неравенства

$$\begin{aligned} |\mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y})| &\leq \mathbf{M}, \\ |\mathbf{f}(t, \mathbf{x}', \mathbf{y}') - \mathbf{f}(t, \mathbf{x}'', \mathbf{y}'')| &\leq \mathbf{K}_1 |\mathbf{x}' - \mathbf{x}''| + \mathbf{K}_2 |\mathbf{y}' - \mathbf{y}''|, \\ |\mathbf{g}(t, s, \mathbf{x}') - \mathbf{g}(t, s, \mathbf{x}'')| &\leq \mathbf{K}_3 |\mathbf{x}' - \mathbf{x}''|, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\mathbf{M} = (M_1, \dots, M_n)$, $M_i \geq 0$, $i = \overline{1, n}$; $\mathbf{K}_l = \{k_{ij}^l\}$, $k_{ij}^l \geq 0$, $i, j = \overline{1, n}$, $l = 1, 2, 3$; $|\mathbf{f}| = (|f_1|, \dots, |f_n|)$;

2) множество D_β точек $\mathbf{x}_0 \in E_n$, содержащихся в области D вместе со своей β -окрестностью, не пусто:

$$D_\beta \neq \emptyset, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{T}{2} \mathbf{M} + \beta_1(\mathbf{x}_0), \\ \beta_1(\mathbf{x}_0) &= \mathbf{H} \left| \left\{ \mathbf{d} - \left(\mathbf{A} + \mathbf{C} + \int_0^{T_1} \mathbf{B}(\tau) d\tau \right) \mathbf{x}_0 + \frac{T}{2} \int_0^{T_1} |\mathbf{B}(\tau)| d\tau \cdot \mathbf{M} \right\} \right|, \\ \mathbf{H} &= \left[\mathbf{C} + \frac{1}{T} \int_0^{T_1} \tau \mathbf{B}(\tau) d\tau \right]^{-1}; \end{aligned}$$

3) наибольшее собственное значение $\lambda(\mathbf{Q})$ матрицы $\mathbf{Q} = \frac{T}{2}(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2)$ не превышает единицы $\lambda(\mathbf{Q}) < 1$, (7)

Где $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{K}_1 + T \mathbf{K}_2 \mathbf{K}_3$, $\mathbf{Q}_2 = \mathbf{H} \left| \int_0^{T_1} |\mathbf{B}(\tau)| d\tau \cdot \mathbf{Q}_1 \right|$.

При этих условиях к решению краевой задачи (1), (2) можно применить численно-аналитический метод последовательных приближений [7]. Согласно схеме численно-аналитического метода [7, 8] для задачи (1), (2) можно построить последовательность функций

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0) &= \mathbf{x}_0 + \int_0^t \left[\mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}_{m-1}(\tau, \mathbf{x}_0), \int_0^T \mathbf{g}(\tau, s, \mathbf{x}_{m-1}(s, \mathbf{x}_0)) ds \right) - \right. \\ &\quad - \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}_{m-1}(\tau, \mathbf{x}_0), \int_0^T \mathbf{g}(\tau, s, \mathbf{x}_{m-1}(s, \mathbf{x}_0)) ds \right) d\tau + \\ &\quad + \frac{t}{T} \mathbf{H} \left\{ \mathbf{d} - \left(\mathbf{A} + \mathbf{C} + \int_0^{T_1} \mathbf{B}(\tau) d\tau \right) \mathbf{x}_0 - \right. \\ &\quad - \int_0^{T_1} \mathbf{B}(\tau) \int_0^\tau \left[\mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}_{m-1}(\tau, \mathbf{x}_0), \int_0^T \mathbf{g}(\tau, s, \mathbf{x}_{m-1}(s, \mathbf{x}_0)) ds \right) - \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}_{m-1}(\tau, \mathbf{x}_0), \int_0^T \mathbf{g}(\tau, s, \mathbf{x}_{m-1}(s, \mathbf{x}_0)) ds \right) d\tau \right] d\tau d\tau \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

удовлетворяющих заданным краевым условиям (2).

Имеет место следующее утверждение о сходимости последовательных приближений $\mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0)$ вида (8).

Теорема 1. Пусть вектор-функции $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ и $\mathbf{g}(t, s, \mathbf{x})$ определены и непрерывны в области (3) и выполняются условия 1) – 3).

Тогда последовательность функций $\mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0)$ вида (8) равномерно сходится при $m \rightarrow \infty$ относительно области $(t, \mathbf{x}_0) \in [0, T] \times D_\beta$ к предельной функции $\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$. При этом $\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$, проходящая при $t = 0$ через точку $\mathbf{x}^*(0, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}_0$ является решением интегрального уравнения

$$\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}_0 + \int_0^t \left[\mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}(\tau, \mathbf{x}_0), \int_0^T \mathbf{g}(\tau, s, \mathbf{x}(s, \mathbf{x}_0)) ds \right) + \Delta(\mathbf{x}_0) \right] d\tau, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta(\mathbf{x}_0) &= -\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}(\tau, \mathbf{x}_0), \int_0^T \mathbf{g}(\tau, s, \mathbf{x}(s, \mathbf{x}_0)) ds \right) d\tau + \\ &\quad + \frac{1}{T} \mathbf{H} \left\{ \mathbf{d} - \left(\mathbf{A} + \mathbf{C} + \int_0^{T_1} \mathbf{B}(\tau) d\tau \right) \mathbf{x}_0 - \right. \\ &\quad - \int_0^{T_1} \mathbf{B}(\tau) \int_0^\tau \left[\mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}(\tau, \mathbf{x}_0), \int_0^T \mathbf{g}(\tau, s, \mathbf{x}(s, \mathbf{x}_0)) ds \right) - \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}(\tau, \mathbf{x}_0), \int_0^T \mathbf{g}(\tau, s, \mathbf{x}(s, \mathbf{x}_0)) ds \right) d\tau \right] d\tau d\tau \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

и, кроме того, $\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ удовлетворяет краевым условиям (2). Для отклонения $\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ от $\mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0)$ для всех $m = 1, 2, \dots$ справедлива оценка

$$|\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0) - \mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0)| \leq \mathbf{Q}^m (\mathbf{E} - \mathbf{Q})^{-1} \beta(\mathbf{x}_0). \quad (11)$$

Отметим, что заданное интегро-дифференциальное уравнение эквивалентно уравнению

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + \int_0^t \mathbf{f} \left(\tau, \mathbf{x}(\tau), \int_0^{\tau} \mathbf{g}(s, \mathbf{x}(s)) ds \right) d\tau. \quad (12)$$

Поэтому из (9) и (12) следует, что решение $\mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ уравнения (9), проходящее при $t = 0$ через точку $\mathbf{x}_0 \in D_\beta$ является решением краевой задачи (1), (2), как только вектор-функция (10) при $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ обращается в нуль: $\Delta(\mathbf{x}_0) = 0$. Следовательно, при выполнении условий теоремы 1 можно установить справедливость следующего утверждения.

Теорема 2. Если выполняются условия теоремы 1, то для того, чтобы решение $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*(t)$ интегродифференциального уравнения (1), проходящее при $t = 0$ через точку $\mathbf{x}^*(0) = \mathbf{x}_0$ являлось и решением задачи (1), (2), необходимо и достаточно, чтобы определяющая функция $\Delta(\mathbf{x}_0)$, определяемая равенством (10), в точке $\mathbf{x}_0$ обращалась в нуль: $\Delta(\mathbf{x}_0) = 0$, где $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ - предельная функция последовательности функций (8). В этом случае $\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{x}^*(t, \mathbf{x}_0)$ и для отклонения $\mathbf{x}^*(t)$ от приближенного решения $\mathbf{x}_m(t, \mathbf{x}_0)$ вида (8) верна оценка (11).

Литература

1. Быков Я. В. О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений. - Фрунзе: Киргизский государственный университет. 1957. - С. 328.
2. Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems. - Utrecht; Boston: WSP, 2004. - P. 317.
3. Мынбаева С. Т., Станжицкий А. Н., Марчук Н. А. Усреднение в краевых задачах для систем интегро-дифференциальных уравнений // Укр. мат. журн. - 2020. - 72, № 2. - С. 245-266.
4. Юлдашев Т. К. Обыкновенное интегро-дифференциальное уравнение с вырожденным ядром и интегральным условием // Вестник Сам. гос. техн. ун-та. Серия физ. - мат. науки, 2016. 20, № 4. - С. 644-655.
5. Пархимович И. В. Многоточные краевые задачи для линейных интегро-дифференциальных уравнений в классе гладких функций // Дифф. уравнения, 1972. - 8, № 3. - С. 549-552.
6. Джумабаев Д. С. Необходимые и достаточные условия разрешимости линейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма. // Укр. мат. журн. - 2014. - 66, № 8. - С. 1074-1091.
7. Самойленко А. М., Ронто Н. И. Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений. - Киев: "Наук. Думка", 1992, - С. 280.
8. Самойленко А. М., Мартынюк С. В. Обоснование численно-аналитического метода последовательных приближений для задач с интегральными краевыми условиями // Укр. мат. журн. - 1991. 43, № 9. - С. 1231-1239.

РЕЗЮМЕ

Ушбу маколада функционал чегаравий шартларга эга Фредгольмнинг интегро-дифференциал тенгламаларининг чизикли бўлмаган системаси ечимларини текшириш ва тақрибий топиш учун кетма-кет яқинлашишларнинг сонли-аналитик усули асосланилади.

РЕЗЮМЕ

В статье даётся обоснование численно-аналитического метода последовательных приближений для исследования и приближенного построения решений нелинейной системы интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма с функциональными краевыми условиями.

SUMMARY

The article deals with the substantiation of the numerical-analytic method of successive approximations for the study and approximate construction of solutions of a nonlinear system of Fredholm integro-differential equations with functional boundary conditions.

НЕКОТОРЫЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОВМЕСТИМОСТИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

А.О.Отаров - кандидат физико-математических наук, профессор

К.М.Хамитова, С.Б.Медетбаева - студенты

Каракалпакский государственный университет имени Бердаха

Т.М.Таджиев – сотрудник учебной части

Нукусский государственный педагогический институт имени Ажинияза

Таянч сўзлар: сингуляр ажратиш, нормаль псевдоечим, псевдо тескари матрица, айниган матрица, сингуляр сонлар, ортогонал матрица, евклидлик нормасы, хос кийматлари, кенгайтирилган матрица.

Ключевые слова: сингулярное разложение, нормальное псевдорешение, псевдообратная матрица, неособетанная матрица, сингулярные числа, ортогональная матрица, евклидова норма, собственные значения, расширенная матрица.

Key words: singular decomposition, normal pseudo-solution, pseudoinverse matrix, nonsingular matrix, singular numbers, orthogonal matrix, Euclidean norm, eigenvalues, extended matrix.

Решение системы линейных алгебраических уравнений СЛАУ с квадратными матрицами принадлежит к числу классических задач вычислительной математики. Решение систем с прямоугольными матрицами в настоящее время имеет не только теоретическое, но и практическое значение. С необходимостью решения систем с прямоугольными матрицами приходится сталкиваться как при решении задач численного анализа,

так и в чисто прикладных задачах (например, при обработке наблюдений по способу наименьших квадратов, при решении систем с квадратной плохо обусловленной матрицей коэффициентов и т.д.).

Рассмотрим СЛАУ вида

$$Ax = b, \quad (1)$$